

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Tentti 2.2.2008

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä konsepteihin nimesi alle 4 ruutua $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

Tenttien vastaukset kerätään tarkastuksen vuoksi kahteen eri pinoon.
Tehtävien 1 ja 2 ratkaisut kirjoitetaan yhdelle konseptipaperille.

1. (a) Osoita, että $2 \sinh(x) \cosh(x) = \sinh(2x)$.
- (b) Funktion $f : f(x)$ jousto E kohdassa x on määritelty raja-arvona

$$E(f(x)) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \cdot \frac{x}{f(x)} = f'(x) \cdot \frac{x}{f(x)}.$$

Osoita, että $E(f(x)/g(x)) = E(f(x)) - E(g(x))$.

2. (a) Laske

$$\int (x+5)e^{5x} dx.$$

- (b) Etsi osamurtokehitelmä lausekkeelle

$$\frac{3}{(x-1)^2(x-4)}.$$

Tehtävien 3 ja 4 ratkaisut kirjoitetaan toiselle konseptipaperille.

3. (a) Laske

$$\int_0^1 nxe^{-nx^2} dx = A(n), n \in \mathbb{N}.$$

- (b) Määritä raja-arvo $\lim_{n \rightarrow \infty} A(n)$, missä $A(n)$ on a-kohdassa saatu lauseke.

- (c) Määritä (perustele huolellisesti!) raja-arvo $\lim_{n \rightarrow \infty} nxe^{-nx^2} = L(x)$.

- (d) Kun $L(x)$ on c-kohdan raja-arvo, niin laske

$$\int_0^1 L(x) dx.$$

4. (a) Jos tiedetään, että potenssisarja $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(x-3)^k$ suppenee, kun $x = 5$ ja hajaantuu, kun $x = -5$, niin mitä niiden tietojen perusteella voidaan päätellä sarjan suppenemisesta ja hajaantumisesta, kun $x = 15$, $x = 2$ ja $x = -2$. Perustele!

- (b) Perustele suppeneeko sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{10^k}{k!}.$$