

Kirjoita lukukelpoista! Vastaukselta ei vaadita enempää kuin mihin tila riittää. Sivuja on kaksi.

Opiskelijanro _____ Nimi _____

Sähköposti _____

1. (2p) Anna nimet numeroiden rajaamille osako- 4 _____
konaisuuksille (pelkkä osa 4, osat 2...4 jne.). 2...4 _____

if(... && ...) { ... } else { ... } 7...9 _____
1 2 3 4 5 6 7 8 9 1...9 _____

Taulukko $S[1 \dots n]$ sisältää merkkejä ja $A[1 \dots n]$ kokonaislukuja. Määritellään

$$Täsmää(a, y) :\Leftrightarrow 0 \leq a \leq y \leq n \wedge \forall i; 1 \leq i \leq a : S[y - a + i] = S[i].$$

2. (2p) Kerro suomeksi, mitä $Täsmää(a, y)$ tarkoittaa. _____

3. (3p) Perustele, että jos $0 \leq y \leq n$, niin $Täsmää(0, y) \wedge Täsmää(y, y)$. _____

4. (2p) $0 \leq a \leq y \leq n \wedge \forall i; ______ \leq i \leq y : S[i] = S[______]$ Täydennä viivoille siten, että lopputulos sanoo saman kuin $Täsmää(a, y)$.

5. (3p) Perustele, että jos $Täsmää(b, a)$ ja $Täsmää(a, y)$, niin $Täsmää(b, y)$. _____

6. (3p) Kirjoita predikaatti, joka sanoo “ a on suurin välin $0, \dots, y - 1$ luku, jolle $Täsmää(a, y)$ ”.

7. (2p) Kirjoita taulukon sisältö $A[1 \dots 7] = ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____$ oheisen ohjelman suorituksen jälkeen, jos alussa $n = 7$ ja $S[1 \dots 7] = [a, b, a, a, b, a, b]$.

```

{ n > 0 }
A[1] := 0 { _____ }
for i := 2 to n do { ∀h; 1 ≤ h < i : 0 ≤ A[h] < h ∧ Täsmää(A[h], h) }
    j := A[i - 1] { _____ }
5   while j > 0 ∧ S[i] ≠ S[j + 1] do
    j := A[j] { _____ }
    { _____ }
8   if S[i] = S[j + 1] then A[i] := j + 1 { _____ }
9   else A[i] := 0 { _____ }

```

8. (6p) Kirjoita ohjelman viivoille tilapredikaatteja siten, että ne perustelevat, että lopuksi $\forall h; 1 \leq h \leq n : 0 \leq A[h] < h$.

9. (2p) Täydennä siten, että $Täsmää(______, ______)$ pätee aina rivin 5 alussa, ja kaavasta on hyötyä sen perustelemiseksi, että rivien 8...9 if-lauseen jälkeen pätee $Täsmää(A[i], i)$.

10. (4p) Perustele aikaisempiin tehtäviin ja rivien 5...9 toimintaan viitaten, että edellisen tehtävän kaava pätee aina rivin 5 alussa, ja että rivien 8...9 if-lauseen jälkeen pätee $Täsmää(A[i], i)$.

Olkoon $\Sigma = \{a, b, c\}$, ja olkoot r ja s säännöllisiä lausekkeita.

11. (2p) Jos $r = ab$, niin onko $r^* = ab^*$ _____, $r^* = (ab)^*$ _____, $r^* = a(b^*)$ _____? Vastaa K tai E.

12. (5p) Jos väittämä on totta kaikilla säännöllisillä lausekkeilla r ja s , niin kirjoita viivalle K. Jos se on totta joillakin ja joillakin ei, niin kirjoita J. Jos se ei ole totta millään r ja s , niin kirjoita E.

$\mathcal{L}(r) \subseteq \mathcal{L}(r|s)$ _____ $\mathcal{L}(r|s) \subseteq \mathcal{L}(r)$ _____ $\mathcal{L}(r^{**}) \subseteq \mathcal{L}(r^*)$ _____ $\mathcal{L}(r^*) \subseteq \mathcal{L}(r^{**})$ _____

$\mathcal{L}((r|s)^*) \subseteq \mathcal{L}(r^*|s^*)$ _____ $\mathcal{L}(r^*|s^*) \subseteq \mathcal{L}((r|s)^*)$ _____ $\mathcal{L}(b(r|s)) \subseteq \mathcal{L}(br|bs)$ _____

$\mathcal{L}(br|bs) \subseteq \mathcal{L}(b(r|s))$ _____ $\mathcal{L}(b(r^*)) \subseteq \mathcal{L}((br)^*)$ _____ $\mathcal{L}((br)^*) \subseteq \mathcal{L}(b(r^*))$ _____

13. (2p) Ympäri jokin kaava jolle vastasit J, ja anna $r =$ _____ ja $s =$ _____

siten, että kaava on totta. Anna $r =$ _____ ja $s =$ _____ siten, että kaava ei ole totta.

14. (2p) Anna kieltä $\mathcal{L}(s)$ koskeva välttämätön ja riittävä ehto siten, että $\mathcal{L}(r) \subseteq \mathcal{L}(rs)$ pätee kaikilla r . _____

15. (6p) Oletetaan $a < b < c$. Piirrä laatikoihin deterministiset äärelliset automaattit, joiden hyväksymät kielet ovat $\{ a_1 a_2 \cdots a_n \in \{a, b, c\}^* \mid \text{laatikon yläreunassa oleva ehto} \}$.

$n \geq 1 \wedge a_1 = a_n = a$	$\exists i : \exists j : \exists k ; 1 \leq i \leq j \leq k \leq n : a_i = a \wedge a_j = b \wedge a_k = c$	$\forall i ; 1 \leq i < n : a_i \leq a_{i+1}$
---------------------------------	---	---

Olkoon $\Sigma = \{a, b, c\}$. Halutaan menetelmä, jolla voi muuttaa syötteenä annettavan NFA:n $N = (Q, \Sigma, \Delta, \hat{q}, F)$ NFA:ksi $N' = (Q', \Sigma, \Delta', \hat{q}', F')$ siten, että $\mathcal{L}(N') = \{ \sigma \in \Sigma^* \mid a\sigma \in \mathcal{L}(N) \}$.

16. (2p) Jos $\mathcal{L}(N) = \{a, b, aaa, abab, ca\}$, niin mikä on $\mathcal{L}(N')$? _____

17. (3p) Esitä menetelmä sanallisesti tai piirroksena.

18. (3p) Esitä menetelmä kaavoina tyyliin $Q' = \dots, \Delta' = \dots$ _____

Kielioppi $S ::= T \mid S "+" T$ $T ::= U \mid T "." U$ $U ::= "-" S \mid "1" \mid "2" \mid "3"$ on monikäsitteinen.

19. (6p) Piirrä mahdollisimman monta, kuitenkin enintään neljä, kieliopin mukaista lausekepuuta lausekkeelle $-1 + 2 \cdot 3$. Piirrä myös yksi jäsenyspuu ja kerro mitä lausekepuutasi se vastaa.

loppu