

**Matriisilaskenta 1 73109**

**Tentti 2.2.2004**

**Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskimia.**

1. Onko matriisi

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2i & 0 \\ -2i & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- |                  |                              |
|------------------|------------------------------|
| a) symmetrinen   | b) ortogonaalinen            |
| c) hermiittinen  | d) positiivisesti definiitti |
| e) singulaarinen | f) nauhamatriisi.            |

Vastaukset on perusteltava.

2. Etsi unitaarinen matriisi  $Q$  siten, että  $Q\mathbf{x} = \alpha\mathbf{e}_1$ , missä  $\alpha$  on kompleksiluku, kun

$$\mathbf{x} = [3 \ 0 \ 4]^T \text{ ja } \mathbf{e}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$$

Vihje: kaavoilla

$$P = I - 2 \frac{\mathbf{v}\mathbf{v}^*}{\|\mathbf{v}\|^2}, \quad \mathbf{v} = \mathbf{x} + e^{i\phi} \|\mathbf{x}\| \mathbf{e}_1,$$

voi olla käyttöä.

3. Mikä on vektorin  $\mathbf{x} = [1 \ 1 \ 1]^T$  projektio suunnassa  $\mathbf{v} = [1 \ -1 \ 1]^T$  aliavaruudessa

$$S = \text{span}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$$

4. Määrittelele matriisin  $A$  normi ja osoita, että

$$\|A\mathbf{x}\| \leq \|A\| \|\mathbf{x}\|, \quad \forall \mathbf{x}.$$

5. Muodosta matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & -1 \end{bmatrix}$$

singulaariarvohajotelma ja pseudoinverssi. Etsi niiden avulla yhtälön

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1+i \\ i-1 \end{bmatrix}$$

kaikki ratkaisut.