$A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$	**MAT-10321 Insinöörimatematiikka A 2** **Tentti 1.12.2007**

- **Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta**
- **Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.**
- **Piirrä pääkonseptiin nimesi alle riviin 4 ruutua a' 2×2.**

Tenttien vastaukset kerätään kolmeen eri pinoon. Yhteen tehtävä 1, toiseen tehtävä 2 ja kolmanteen tehtävät 3 ja 4.

1. Tehtävä on omalla paperilla, johon myös ratkaisu kirjoitetaan.
$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, laske AB, $B^T A^T$ ratk X kun $2(A+X) = 3(B + \text{jotai}) + E$ missä $E = [\ ]^{-1}$

2. Tehtävä on omalla paperilla, johon myös ratkaisu kirjoitetaan.
determinantit 4x4 -matriiseille,
käänteismatriisi

Tehtävien 3 ja 4 ratkaisut kirjoitetaan yhdelle konseptipaperille.

3. a) Etsi ominaisarvot tehtävän 1 matriisille A. Onko A diagonalisoituva? Miksi/miksei vai riittääkö tieto päätöksentekoon?

b) Oletetaan, että A on $n \times n$-matriisi ja $\forall i \in \{1, 2, ..., n\}$: $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = s$, eli sen jokaisen rivin alkioiden summa on vakio s. Osoita, että s on matriisin A ominaisarvo.

4. Olkoot

$$\mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad A = [\, \mathbf{u}_1 \;\; \mathbf{u}_2 \,] \text{ ja } \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ -6 \\ 1 \end{bmatrix}$$

a) Etsi ortogonaalinen kanta aliavaruudelle $W = \text{span}\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2\}$.

b) Määritä vektorin $\mathbf{b}$ ortogonaalinen projektio aliavaruuteen W ja esitä $\text{proj}_W \mathbf{b}$ ortogonaalisten kantavektoreiden lineaarikombinaationa. Mitä tulos kertoo vektorista $\mathbf{b}$?

c) Esitä $\text{proj}_W \mathbf{b}$ matriisin A sarakkeiden lineaarikombinaationa. Mitä tulos kertoo yhtälöryhmän $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ratkaisusta?

Arvosanat ilmestyvät ensin verkkosivuille. Kokonaissuoritukset lähtevät virallisesti eteenpäin o-infoon myöhemmin.

Tentissä saattaa olla apua seuraavista (tai sitten ei)

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{u}_i - \left(\frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_1}{\|\mathbf{v}_1\|^2}\mathbf{v}_1 + \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_2\|^2}\mathbf{v}_2 + \cdots + \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_{i-1}}{\|\mathbf{v}_{i-1}\|^2}\mathbf{v}_{i-1} \right)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b}$$