

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta
Tentti 8.10.2007

- Tentissä saa olla mukana funktiolaskin. Muut laskimet eivät ole sallittuja.
 - Älä tee kaavakokoelmaan merkintöjä ja palauta tentin jälkeen. Tehtäväpaperin saat pitää.
 - Vastaa tehtävät 1-2 yhdelle konseptille ja tehtävät 3-4 toiselle konseptille. Muista kirjoittaa nimi ja opiskelijanumero molempiin konsepteihin.
 - Jos olet osallistunut kesän 2007 kurssille ja suoritat kurssia kesäkurssin vaatimusten mukaan, niin merkitse paperiisi: Kesä 2007 Pirttimäki.
-

1. a) Korissa A on 2 voittoarpaa, korissa B on 4 ei-voittoarpaa ja korissa C on 2 voittoarpaa ja 2 ei-voittoarpaa. Jos valitaan ensin satunnaisesti yksi kori ja sitten tästä korista satunnaisesti yksi arpa, niin millä todennäköisyydellä tämä arpa voittaa?
Entä jos kaikki arvat laitettaisiin yhteen koriin ja valittaisiin tästä korista yksi arpa, niin parasiko voittotodennäköisyys?

b) Osoita: Jos A ja B ovat saman otosavaruuden riippumattomia tapahtumia, niin \bar{A} ja \bar{B} ovat myös riippumattomia.

2. a) Laske $P(|x - \mu| \leq \sigma)$, kun $x \sim \text{Poi}(2)$

b) Laske $P(|x - \mu| \leq \frac{1}{2})$, kun x on jatkuva satunnaismuuttuja tiheysfunktionaan $f(x) = 2x$, $0 \leq x \leq 1$.

3. a) Lentoyhtiöllä on 2- ja 4-moottorisia lentokoneita. Lentokone pystyy lentämään, jos ainakin puolet sen moottoreista toimii. Yksi moottori toimii todennäköisyydellä $p = 0.60$ ja moottorien toiminta on toisistaan riippumatonta. Kumpi konetyyppi lentää varmemmin? Perustele laskemalla molempien konetyyppien lentotodennäköisyydet.

b) Jos yhden moottorin toimintatodennäköisyys olisi $p = 0$ tai $p = 1$, molemmat konetyypit olisivat toiminnaltaan yhtä varmoja. On olemassa myös muu arvo p , jolloin 2- ja 4-moottoriset koneet lentävät yhtä varmasti. Mikä on tämä arvo?

4. Talossa on järjestelmä, joka asukkaiden poissa ollessa sytyttää ja sammuttaa valot satunnaisesti kerran tunnissa. Olkoon x aika, jolloin valot sytytetään ja y aika, jolloin ne sammutetaan (yksikönä tunti). Ajat lasketaan joka tunnin alusta. Systeemi on suunniteltu niin, että (x, y) noudattaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio on

$$f(x, y) = 8xy, \quad 0 < x < y < 1$$

Jos valot eivät syty 15 ensimmäisen minuutin aikana, niin millä todennäköisyydellä valot sammuvat 15 viimeisen minuutin aikana?