

## MAT-21240 OPERAATIOTUTKIMUS

tentti 21.5.2007

Ei kirjallisuutta, eikä muistinpänojä. Laskimen käyttö sallittu.

1. Amerikkalainen farmari on hankkinut maata lisää 45 eekkeriä ja hän aikoo viljellä tällä maalla vehnää ja maissia. Vehnä tuottaa \$200 eekkeriltä ja maissi \$300 eekkeriltä.

Työvoiman ja lannoitteen tarve eekkeriä kohden on

	vehnä	maissi
työntekijöitä	3 kpl	2 kpl
lannoitetta	2 tonnia	4 tonnia

Korkeintaan 100 työntekijää ja 120 tonnia lannoitetta on saatavilla.

- a) Ratkaise graafisella menetelmällä, montako eekkeriä farmarin kannattaa asettaa vehnänviljelyyn ja montako maissinviljelyyn, kun hän haluaa maksimoida tuoton.  
 b) Mitkä ovat resurssien duaalihinnot eli yksikköarvot?  
 c) Missä rajoissa vehnän tuotto per eekkeri voi muuttua siten, että optimipiste säilyy a)-kohdan mukaisessa pisteessä?

2. Laske allaolevalle maksimointitehtävälle optimiratkaisu eli optimipiste ja z:n maksimiarvo hyväksikäyttämällä a) tehtävän duaaliotehtävää. Muista, että duaaliotehtävän muuttujat eivät välttämättä ole ei-negatiivisia.

Älä siis käytä simplex-algoritmia, äläkä anna vastauksena duaaliotehtävän optimiratkaisua, vaan se mitä kysytään.

$$\text{maksimoi } z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3$$

$$\text{ehdoin } x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 10$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

3. Yhtiö toimittaa erästä hyödykettä kolmelle asiakkaalle, joiden kunkin tarve on 30 kpl tätä hyödykettä. Yhtiöllä on kaksi varastoa, joista ensimmäisessä tätä hyödykettä on 40 kpl ja toisessa 30 kpl. Yksikkökuljetuskustannukset eri varastoilta asiakkaille ovat seuraavan taulukon mukaiset:

	Asiakas		
	1	2	3
Varasto 1	\$15	\$35	\$25
Varasto 2	\$10	\$50	\$40

Mikäli asiakkaan tarvetta ei voida tyydyttää, yhtiö joutuu maksamaan korvauksia seuraavasti: asiakkaalle 1 \$90/kpl, asiakkaalle 2 \$80/kpl ja asiakkaalle 3 \$110/kpl.  
 a) Muotoile tasapainoitettu kuljetusmalli ja etsi sille käypä alkuratkaisu käyttäen **luoteiskulman sääntöä**.

b) Testaa alkuratkaisun optimaalisuus. Jos se ei ole vielä optimiratkaisu, etsi parempi ratkaisu **kuljetusalgoritmia käyttäen** yhden iteraatiokierroksen verran. Testaa uuden ratkaisun optimaalisuus.

4. Suurehko tilitoimisto tilaa tulostimen väripatruunoita laatikoittain (10 patruunaa/laatikko). Laatikon hinta c riippuu tilatusta määrästä seuraavasti:

$$c_1 = \$50.00, \text{ jos } 0 \leq y < 100$$

$$c_2 = \$49.00, \text{ jos } 100 \leq y < 300$$

$$c_3 = \$48.50, \text{ jos } y \geq 300$$

missä y on tilauseräkokoo laatikkoina. Tilitoimisto käyttää 10000 patruunaa vuodessa. Tilauksen tekeminen aiheuttaa kustannuksia \$100 per tilaus. Ainoa varastopidosta aiheutuva kustannus johtuu pääoman sitoutumisesta ja on arvioitu 20 %:ksi vuodessa.

Hahmottele periaatteellisenä kuvana kokonaiskustannukset aikayksikössä tilauseräkoon funktiona eli TCU(y). Laske optimaalinen tilauseräkokoo ja siihen liittyvät vuotuiset kustannukset. Montako tilausta tehdään vuodessa optimiratkaisussa?

(Vihje: Yksikkövarastointikustannus riippuu nyt laatikon hinnasta, joten eri kustannuskäyrien minimikohdat eivät aivan samat.)