

$$e^{j\pi} + 1 = 0$$

MAT-10311 Insinöörimatematiikka A 1

Tentti 8.1.2007

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä pääkonseptiin nimen alle neljä ruutua $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. a) Esitä seuraavien väitteiden vastaväitteet ja perustele lyhyesti väitteen tai vastaväitteen totuusarvot. Perusjoukkona on reaaliluvut.

1. $x \geq 0$, 2. $\exists x : -3x^2 > 0$ 3. $\forall x \exists y : xy = 1$

b) Jos lause $p \rightarrow q$ on epätosi, niin voitko päätellä lauseen $\neg(p \wedge q) \rightarrow q$ totuusarvon? Entä jos $p \rightarrow q$ on tosi, niin voitko päätellä lauseen $(p \wedge q) \rightarrow \neg q$ totuusarvon? Perustele molemmat vastauksesi.

2. a) Sievennä seuraavat luvut $z_1 = 8 - 6j + j^3$, $z_2 = \frac{-\sqrt{2}}{e^{j3\pi/4}}$, $z_3 = (1 + j)^{100}$.

b) Jöröjukka ratkaisi yhtälöä $x - x^2 = 1$ seuraavasti: Nolla ei ole ratkaisu, joten x :llä voi yhtälön jakaa puolittain. Tällöin $1 - x = 1/x \Leftrightarrow x + 1/x = 1$. Yhdistämällä tämän alkuperäiseen hän sai uuden yhtälön $x - x^2 = x + 1/x \Leftrightarrow x^3 = -1$. Tämän viimeisen yhtälön toteuttaa $x = -1$, mutta se ei toteutakaan alkuperäistä yhtälöä. Tämä ihmetytti Jöröjukkaa, koska laskuvirhettä hän ei löytänyt mistään. Missä on vika vai onko mikään pielessä?

3. a) Ukkeli liikkuu pitkin suoraa $\mathbf{x} = [2, 0, 6] + t[0, -1, 1]$. Mistä suoran pisteestä on lyhin matka origoon?

b) Määritä sellaisen tason ja suoran yhtälöt, jotka kulkevat pisteen $(0, -3, 4)$ kautta ja ovat tason $3x - 2y + z = 5$ suuntaisia.

4. Mikä on systeemin

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_4 &= 3 \\2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 7 \\-x_2 + x_3 + x_4 &= 0\end{aligned}$$

kokonaismatriisi? Muunna kokonaismatriisi elementaarisilla vaakarivimuunnoksilla redusoituun rivi-porrasmuotoon ja anna systeemin kaikki ratkaisut vektorimuodossa.