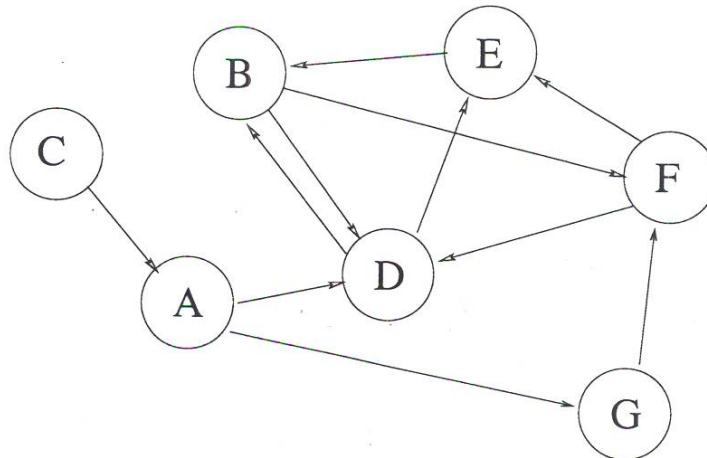


- f) Jos algoritmin suoritus aika on kertaluokassa  $\Omega(n)$ , se on varmasti myös kertaluokassa  $\Omega(n \lg n)$ .
- g) Jos algoritmin suoritus aika on kertaluokassa  $\Theta(n^2)$ , se on varmasti myös kertaluokassa  $\Omega(n \lg n)$ .
- h) Jos algoritmin suoritus aika on kertaluokassa  $\Theta(n^2)$ , se on varmasti myös kertaluokassa  $O(n \lg n)$ .
- i) Hajautustaulun läpikäyminen on kertaluokassa  $\Theta(n)$ .
- j) Hajautustaulun läpikäyminen avainten arvojärjestyksessä on kertaluokassa  $\Theta(n)$ .
- k) Hajautustaulusta poistaminen on kertaluokassa  $\Omega(1)$ .
- l) Hajautustaulun koon tulisi olla samaa luokkaa kuin avainten arvoalueen.
3. a) Piirrä laillinen puna-musta binäärihakupuu, jossa on avaimet 3, 3, 5, 6, 11, 13, 18, 22, 22, 26, 28, 28, 37, 38 ja joka ei ole täydellisesti tasapainotettu (mutta luonnollisestikin tyydyttää puna-mustan puun invariantin). (2 p)
- b) Tyhjään merkkijonopuhun (*trie*) lisätään sanat abc, aaa, ac, abba, baba, bac ja a. Kielen aakkosto sisältää merkit a, b ja c. Piirrä puu lisäysten jälkeen. (2 p)
- c) Kerro missä järjestyksessä alla olevan graafin solmut väritetään leveyteen ensin -haussa, kun aloitussolmu on A ja solmun naapurisolmut käydään läpi aakkosjärjestyksessä. Kirjoita vastauksesi tyyliin: "P harmaaksi, Q harmaaksi, P mustaksi ...". (2 p)



4. a) Mikä on alla olevan algoritmin suoritusaika  $O$ - ja  $\Omega$ -merkinnöillä ilmaistuna? Binary\_search ja lower\_bound ovat puolitushaun versioita, ja niiden suoritusaika on  $\Theta(\log n)$ . Vektorin erase on pahimmillaan lineaarinen.

```
void poista(string& sana, vector<string>& foo, vector<string>& baar) {
    if(binary_search(foo.begin(), foo.end(), sana)) {
        vector<string>::iterator iter = lower_bound(baar.begin(), baar.end(), sana);
        if((iter) != baar.end()) {
            baar.erase(iter);
        }
    }
}
```

Kirjoita edelliselle funktiolle järkevämpi toteutus. Anna uuden algoritmin suoritusaika  $O$ - ja  $\Omega$ -merkinnöillä. Saat halutessasi muuttaa myös tietorakenteiden foo ja baar tyyppejä. Syntaksivirheistä ei sakoteta pisteitä, jos idea on hahmotettavissa niistä huolimatta. (3 p)

- b) Tehtävänäsi on löytää lyhin reitti ruutupaperille piirretyn labyrintin lähtöruudusta maaliruutuun. Jos kahden ruudun välinen viiva on vahvistettu sen läpi ei voi kulkea, jos viivaa ei ole vahvistettu ruudut ovatnaapureita keskenään. Kuvaile miten etsit lyhimmän reitin. Saat tehdä merkintöjä ruutupaperille. Mikä on käyttämäsi algoritmin suoritusaika  $O$ - ja  $\Omega$ -merkinnöillä ilmaistuna kun ruutuja on  $n$  kappaletta. (3 p)
5. Tehtävänäsi on toteuttaa myynninvalvonta järjestelmä eräälle suurelle kauppaketjulle. Tarkoituksena on pitää kirjaa siitä mitä tuotteita ketjun liikkeistä ostetaan ja kuka ne on myynyt. Lisäksi kunkin myyjän viimeisen 30 päivän myynnistä euroina pidetään kirjaa kilpailutilanteen luomiseksi. Järjestelmältä voi kysyä:
- listausta yksittäisen tuotteen ostotapahtumista halutulla aikavälillä.
  - yksittäisen tuotteen ostotapahtumien määrää halutulla aikavälillä.
  - yksittäisen tuotteen viimeisintä ostoajankohtaa.
  - listausta myyjien 30 päivän aikana tekemästä myynnistä euroina.

Tuotteet tunnistetaan tuotenumeroiden avulla ja myyjät henkilökuntanumeroiden avulla. Sekä myyjä että tuote voidaan lisätä ja poistaa. Kuvaile miten toteuttaisit järjestelmän käyttäen STL:n tietorakenteita ja algoritmeja. (6 p)

# OHJ-2010 Tietorakenteiden käyttö

Tentti 26.3.2007

Tentissä ei saa käyttää ylimääräistä kirjallista materiaalia, laskimia, tietokoneita tai muita lunttausvälineitä.

Muista vastata kaikkiin tehtäviin.

Kirjoita vastauksesi siistillä käsialalla lyhyesti - vastauksia ei arvostella viivoittimella.

Vääristä vastauksista ei yleisesti vähennetä pisteitä, mutta tentin tarkastaja pidättää itsellään mahdollisuuden antaa miinuspisteitä täysin järjettömistä tai sisäisesti ristiriitaisista vastauksista (siis selvistä arvauksista).

1. Selitä lyhyesti (max.3 riviä/kohta) seuraavat käsitteet.
  - a) binääripuu (*binary tree*) (1 p)
  - b) binäärihakupuu (*binary search tree*) (1 p)
  - c) keko (*heap*) (1 p)
  - d) Järjestä alla oleva taulukko käyttäen annettua algoritmia. Kirjoita, mitä algoritmi tulostaa. Kirjoita myös alaindeksit osoittamaan samanarvoisten alkiod keskinäistä järjestystä. (3 p)

$s_1$	4	5	$s_2$	9	1	$s_3$	6
-------	---	---	-------	---	---	-------	---

```

QUICKSORT( $A, p, r$ )
  if  $p < r$ 
    then  $q \leftarrow$  PARTITION( $A, p, r$ )
         QUICKSORT( $A, p, q - 1$ )
         QUICKSORT( $A, q + 1, r$ )

```

```

PARTITION( $A, p, r$ )
   $x \leftarrow A[r]$ 
   $i \leftarrow p - 1$ 
  for  $j \leftarrow p$  to  $r - 1$ 
    do if  $A[j] \leq x$ 
       then  $i \leftarrow i + 1$ 
           exchange  $A[i] \leftrightarrow A[j]$ 
  exchange  $A[i + 1] \leftrightarrow A[r]$ 
  print  $A$ 
  return  $i + 1$ 

```

2. Pitävätkö seuraavat väittämät paikkansa? (0.5 p/kohta)
  - a) Jos algoritmin suoritusaika on kertaluokassa  $\Theta(n \lg n)$ , se on varmasti myös kertaluokassa  $O(n \lg n)$ .
  - b) Jos algoritmin suoritusaika on kertaluokassa  $\Theta(n \lg n)$ , se on varmasti myös kertaluokassa  $\Omega(n \lg n)$ .
  - c) Jos algoritmin suoritusaika on kertaluokassa  $\Omega(n \lg n)$ , se on varmasti myös kertaluokassa  $\Theta(n \lg n)$ .
  - d) Jos algoritmin suoritusaika on kertaluokassa  $O(n \lg n)$ , se on varmasti myös kertaluokassa  $\Theta(n \lg n)$ .
  - e) Jos algoritmin suoritusaika on kertaluokassa  $O(n)$ , se on varmasti myös kertaluokassa  $\Theta(n)$ .



## MAT-20600 Diskreetti matematiikka

### Tentti 26.3.2007

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita konsepteihin DiMa, nimesi ja numerosi
- Piirrä pääkonseptiin nimen alle neljä ruutua  $a' 2 \times 2$ .

--	--	--	--

1. (a) Määritä seuraavat arvot

$$\int_1^4 2t H(t-3) dt, \quad \int_1^4 2e^t \delta(t-3) dt, \quad \int_1^4 e^t H(t) \delta(t-5) dt.$$

- (b) Osoita, että  $\lceil \frac{n}{3} \rceil = \lfloor \frac{n+2}{3} \rfloor$ , kun  $n$  on kokonaisluku.

2. (a) Onko kokonaislukuyhtälöllä  $143x + 53y = 3$  ratkaisuja? Jos on, niin esitä ainakin yksi.

- (b) Mikä on jakojäännös, kun luku  $45^2(40!) + 42^{1036} + 1036^{80}$  jaetaan luvulla 41?

3. (a) Etsi  $z$ -muunnos jonolle  $\{1/3^k - 5 \cos(k\pi/2) - 3\delta_{k-1}\}$ . Ilmoita myös suppenemisalue.

- (b) Etsi käänteismuunnos  $\mathcal{Z}^{-1}[Y(z)]$ , kun  $Y(z)$  on

$$\frac{1}{3} + \frac{z}{(3z-1)(z-1)}.$$

4. (a) Erään systeemin impulssivaste on

$$\{g_k\} = \mathcal{Z}^{-1}[G(z)] = \{2, 1/2, 1/8, 1/32, 1/128, 1/512, \dots\}.$$

Laske herätteen  $\{x_k\} = \{1, 0, -1, 0, 1, 0, \dots\}$  vastejonon 4 ensimmäistä termiä tarkasti.

- (b) Graafin  $G = (V, E)$  vieruspistematriisi on  $n \times n$ -matriisi  $D$ , missä  $n$  on  $G$ :n pisteiden lukumäärä,  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$  ja matriisin alkio

$$d_{ij} = \text{pisteitä } v_i \text{ ja } v_j \text{ yhdistävien viivojen lukumäärä.}$$

Tutki, onko graafi yhtenäinen suorittamalla syvyysetsintä aloittaen pisteestä  $v_4$  graafille, jonka vieruspistematriisi on

$$D = \begin{matrix} \begin{matrix} \nearrow \\ \downarrow \end{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 \end{matrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \end{matrix}$$

Esitä selkeästi etsinnän järjestys ja lopuksi DFS-puu havainnollisesti kuvana.

0. **Ei tenttitehtävä.** Ylimääräinen harjoitustehtävä verkkosivuilla. Mikä oli Liisan viesti Bobille? Kuvaile, kuinka ratkoit sen (ei tarkkoja lukuja).