



MAT-20600 Diskreetti matematiikka

Tentti 26.3.2007

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita konsepteihin DiMa, nimesi ja numerosi
- Piirrä pääkonseptiin nimen alle neljä ruutua $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. (a) Määritä seuraavat arvot

$$\int_1^4 2t H(t-3) dt, \quad \int_1^4 2e^t \delta(t-3) dt, \quad \int_1^4 e^t H(t) \delta(t-5) dt.$$

- (b) Osoita, että $\lceil \frac{n}{3} \rceil = \lfloor \frac{n+2}{3} \rfloor$, kun n on kokonaisluku.

2. (a) Onko kokonaislukuyhtälöllä $143x + 53y = 3$ ratkaisuja? Jos on, niin esitä ainakin yksi.
 (b) Mikä on jakojäännös, kun luku $45^2(40!) + 42^{1036} + 1036^{80}$ jaetaan luvulla 41?

3. (a) Etsi z -muunnos jonolle $\{1/3^k - 5 \cos(k\pi/2) - 3\delta_{k-1}\}$. Ilmoita myös suppenemisalue.
 (b) Etsi käänteismuunnos $\mathcal{Z}^{-1}[Y(z)]$, kun $Y(z)$ on

$$\frac{1}{3} + \frac{z}{(3z-1)(z-1)}.$$

4. (a) Erään systeemin impulssivaste on

$$\{g_k\} = \mathcal{Z}^{-1}[G(z)] = \{2, 1/2, 1/8, 1/32, 1/128, 1/512, \dots\}.$$

Laske herätteen $\{x_k\} = \{1, 0, -1, 0, 1, 0, \dots\}$ vastejonon 4 ensimmäistä termiä tarkasti.

- (b) Graafin $G = (V, E)$ vieruspistematriisi on $n \times n$ -matriisi D , missä n on G :n pisteiden lukumäärä, $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ ja matriisin alkio

$$d_{ij} = \text{pisteitä } v_i \text{ ja } v_j \text{ yhdistävien viivojen lukumäärä.}$$

Tutki, onko graafi yhtenäinen suorittamalla syvyysetsintä aloittaen pisteestä v_4 graafille, jonka vieruspistematriisi on

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} \xrightarrow{i} \\ \downarrow \end{matrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} \left[\begin{array}{cccccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{matrix} & \end{matrix}.$$

Esitä selkeästi etsinnän järjestys ja lopuksi DFS-puu havainnollisesti kuvana.

0. **Ei tenttitehtävä.** Ylimääräinen harjoitustehtävä verkkosivuilla. Mikä oli Liisan viesti Bobille? Kuvaile, kuinka ratkoit sen (ei tarkkoja lukuja).