

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

MAT-10331 Insinöörimatematiikka A 3

Tentti 12.3.2007

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä pääkonseptiin nimesi alle 4 ruutua $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. Funktio $f : f(x) = x \ln(x), x > 0$.

- (a) Määritä $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ja $f'(x)$.
- (b) Määritä mahdollisimman suuri väli, että funktio f on bijektio ja jolloin sille voidaan määrittää käänteisfunktio ko. välillä. (Vihje: Hahmota funktion kuvaaja.)
- (c) Laske funktion f käänteisfunktion derivaatan arvo $(f^{-1})'(2 \ln(2))$.

2. (a) Funktio $y : y(x), y > 0$ on määritelty implisiittisesti yhtälöllä

$$x^2 - 3y^2 - 2xy = -3.$$

Sen kuvaaja kulkee pisteen $(2, 1)$ kautta. Ratkaise yhtälöstä $y'(x)$, määritä sen arvo $y'(2)$ ja arvioi differentiaalilla funktion arvoa $y(1.9)$.

(b) Laske $\int x \ln(x) dx$.

3. (a) Jos $\sinh(t) = 3$, niin ratkaise muuttujan t arvo. Esitä ratkaisu muodossa, jossa ei esiinny areafunktioita.

(b) Muunna integraali

$$\int_0^6 \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$$

toiseksi tekemällä siihen sijoitus $x = 2 \sinh(t)$. Sievennä vastauksesi niin pitkälle kuin osaat.

4. Määritä potenssisarjan

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{k^2}{3^k} (x+1)^k$$

suppenemissäde ja suppenemisväli.