

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

MAT-10331 Insinöörimatematiikka A 3

Tentti 31.1.2007

- Ei muistimpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä pääkonseptiin nimesi alle 4 ruutua $a \cdot 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. (a) Funktio f on määritelty seuraavasti:

$$f(t) = \begin{cases} 3t^2, & \text{kun } 0 \leq t < 1 \\ 3, & \text{kun } 1 \leq t < 2. \\ 5 - t, & \text{kun } t \geq 2. \end{cases}$$

Etsi funktion f integraalifunktio F , kun tiedetään, että $F(0) = 1$.

- (b) Osoita, että a-kohdan funktio f on/ei ole (valitse oikea) derivoituva kohdassa $t = 1$ tutkimalla erotusosamäärän raja-arvoa.
2. (a) Määritä funktion $f: f(x) = ar \sinh(x)$ derivaatta käyttäen käänteisfunktion derivointikaavaa.
- (b) Osoita, että

$$(\sinh(x) + \cosh(x))^n = \sinh(nx) + \cosh(nx).$$

3. (a) Laske $\int 2x \sin(2x) dx$.
- (b) Laske $\int \frac{3x+1}{x^2(x-1)} dx$.

4. (a) Millä muuttujan x arvoilla sarja

$$\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{x-2}{3}\right)^k$$

suppenee, mikä on suppenemissäde ja mikä on sarjan summa suppenemisvälillä?

- (b) Perustelee suppenevatko seuraavat sarjat

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+1}{2^k+1}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+1}{2k+1}.$$