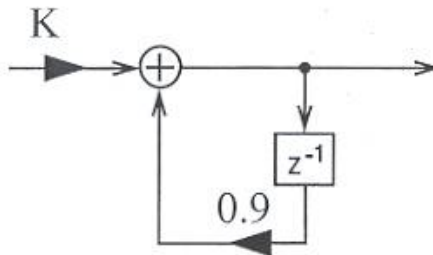


SGN-2010 Digitaalinen suodatus 1
Tentti 26.2.2007

Tentissä ei saa käyttää kirjoja tai muistiinpanoja yms. Laskinta saa käyttää (ei ohjelmoitavaa). Tentissä jaettavan kaavakokoelman käyttö on sallittu. Tentin maksimipistemäärä on 30 pistettä.

1. Selitä lyhyesti (sanallisesti ja/ tai käyttäen kaavoja) seuraavien termien merkitys: a) stabiilisuus b) kaskadirakenne (Cascade-form structure) c) toteutusrakenteen transpoosi (Transposed-form structure) d) rajavärähtely (limit-cycle) e) ylivuoto f) bilineaarimuunnos. (6p.)
2. a) Tiedetään, että eräällä reaalilla ja kausaalilla LTI-järjestelmällä on seuraavanlainen taajuusvasteen reaaliosa $H_{re}(e^{j\omega}) = 1 + 2 \cos(\omega) + 3 \cos(3\omega) + 4 \cos(4\omega)$. Mikä on järjestelmän impulssivaste. Perustelet! (2p.)
b) Tiedetään, että kausaalisen FIR-suotimen taajuusvaste on muotoa $H(e^{j\omega}) = h[0] + h[1]e^{-j\omega} + h[2]e^{-j2\omega} + h[3]e^{-j3\omega}$. Miten kertoimet $h[0]$, $h[1]$, $h[2]$ ja $h[3]$ pitää valita, jotta taajuusvasteen $H(e^{j\omega})$ ryhmäviive on vakio? (2p.)
3. Selitä mitä eri perusvaiheita tarvitaan kun suunnitellaan lineaarivaiheinen FIR-suodin käyttäen joko Remez-algoritmia tai ikkunointia eli mikä on näiden menetelmien perusidea. Mainitse menetelmien edut ja haitat. Vertaile menetelmiä keskenään. (6p.)
4. a) Selitä kuvin ja sanoin millainen FIR-suotimen impulssivasteen tulisi olla, jotta vaihevaste olisi lineaarinen? (4 tapausta) (3p.)
b) FIR-suotimen impulssivasteen arvot ovat $h[0] = 2$, $h[1] = 1$, $h[2] = 0$, $h[3] = -1$, $h[4] = -2$. Esitä suotimen nollavaihevaste? Mikä on suotimen aiheuttama viive? (3p.)
c) Suodin voidaan usein toteuttaa eri tavoin. Esitä kohdan b) FIR-suotimen toteutus rakenne kahdella tavalla: ensin suoramuoto rakenteella sekä toiseksi suoramuoto rakenteella kun otetaan huomioon impulssivasteen kertoimien symmetrisyys. Piirrä rakenteiden lohkokaaviot. (2p.)
5. Halutaan toteuttaa kuvassa oleva rekursiivinen digitaalinen suodin käyttäen kiinteän pilkun aritmetiikkaa (fixed-point arithmetic) siten, että ylivuotoja ei tapahdu eli määritä K :n suurin arvo käyttäen pahimman tapauksen eli turvallista (worst-case) skaalausta. Laske pyöristyskohinan (multiplication roundoff error) varianssi ennen ja jälkeen skaalauksen suotimen ulostulossa käyttäen 1+8 bittiä. Miten ulostulon kohinan varianssi muuttuu skaalauksen jälkeen? (6p.)



(Handwritten mark)

SGN-2010 Digitaalinen suodatus 1
Kaavakokoelma

$$m_t = m_e \sum_{n=0}^{\infty} h(n) = m_e H(e^{j0})$$

$$\delta_f^2 = \delta_e^2 \sum_{n=0}^{\infty} h^2(n) = \frac{\delta_e^2}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |H(e^{j\omega})|^2 d\omega$$

$$\delta_e^2 = \frac{2^{-2b}}{12}$$

$$A^2 = 10^{A_p/10}$$

$$\epsilon^2 = 10^{A_s/10} - 1$$

$$\sum_{n=0}^M a^{(1)}[n] \cos n\omega_k^{(1)} - (-1)^k \epsilon^{(1)} / \widehat{W}(\omega_k^{(1)})$$

$$= \widehat{D}(\omega_k^{(1)}), k = 1, 1, \dots, M+2$$

$$H_0 = \prod_{k=1}^N (-p_k), \quad H_a(s) = \frac{H_0}{\prod_{k=1}^N (s - p_k)}$$

$$H(z) = H_a(s)|_{s=c(z-1)/(z+1)}, \quad H_a(s) = H(z)|_{z=(1+s/c)/(1-s/c)}$$

$$H(\omega) = F(\omega)G(\omega), \quad G(\omega) = \sum_{n=0}^M a[n] \cos n\omega$$

$$F(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{Type 1} \\ \cos(\omega/2), & \text{Type 2} \\ \sin(\omega), & \text{Type 3} \\ \sin(\omega/2), & \text{Type 4} \end{cases} \quad (1)$$

$$M = \begin{cases} N/2, & \text{Type 1} \\ (N-1)/2, & \text{Type 2} \\ (N-2)/2, & \text{Type 3} \\ (N-1)/2, & \text{Type 4} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{SNR} = 6.02b + 10.79 + 10 \log_{10}(\sigma_s^2)$$

| Ikkunatyyppi | Pääkellän Leveys ΔM | Sivukeilan Värähtely | A_s | $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ |
|----------------|-----------------------------|----------------------|---------|--------------------------------------|
| Suorakulmainen | $\frac{4\pi}{2M+1}$ | -13.3 dB | 20.9 dB | $\frac{1.84\pi}{2M}$ |
| Bartlett | $\frac{4\pi}{M+1}$ | -26.5 dB | ----- | ----- |
| Hann | $\frac{8\pi}{2M+1}$ | -31.5 dB | 43.9 dB | $\frac{6.22\pi}{2M}$ |
| Hamming | $\frac{8\pi}{2M+1}$ | -44.0 dB | 54.5 dB | $\frac{6.64\pi}{2M}$ |
| Blackman | $\frac{12\pi}{2M+1}$ | -58.1 dB | 75.3 dB | $\frac{11.13\pi}{2M}$ |

| Ikkunatyyppi | Ikkunafunktio, $n \in \mathbb{Z}, -M \leq n \leq M$ |
|----------------|---|
| Suorakulmainen | 1 |
| Bartlett | $1 - \frac{ n }{M+1}$ |
| Hann | $\frac{1}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi n}{2M+1}\right) \right)$ |
| Hamming | $0.54 + 0.46 \cos\left(\frac{2\pi n}{2M+1}\right)$ |
| Blackman | $0.42 + 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{2M+1}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi n}{2M+1}\right)$ |