

$A\mathbf{v} = \lambda\mathbf{v}$ **MAT-10321 Insinöörimatematiikka A 2**
Tentti 29.11.2006

- Ei muistintapanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä pääkonseptiin nimesi alle 4 ruutua $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. a) Laske tuloista AB , BA ja $A^T B$ ne, jotka ovat määritellyt, kun

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \text{ ja } B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

- b) Etsi käänteismatriisit niille a-kohdan tulomatriiseille, jotka ovat kääntyviä.

2. a) Laske determinanti

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 & -2 \end{vmatrix}.$$

- b) Vektorin $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^n$ normi on 1. Osoita, että matriisi $B = \mathbf{u}\mathbf{u}^T$ on symmetrinen ja $B^2 = B$.

3. Viereisellä sivulla on kopioita Matlab-ajosta. Määritä

- matriisin A nolla-avaruuden kanta ja dimensio,
- matriisin B ominaisarvot ja niitä vastaavat ominaisavaruudet.

4. Määritellään

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ja } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = B \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Ovatko matriisin B sarakkeet ortogonaalisia? Onko B ortogonaalinen?
- Laske $\text{proj}_W \mathbf{y}$, kun $W = \text{span}\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2\}$.
- Etsi suora, joka neliösumman minimoiden approksimoi pisteitä $(-1, 9)$, $(0, 1)$, $(1, -1)$.

Tehtävän 3 Matlab-ajosta poimittu. Kaikki tulokset ajosta eivät ole näkyvissä.

```
>> A
A =
    -3     6    -2   -11    -1
     4    -8     2    14     0
    -3     6     0    -9     0
     4    -8     2    14     1
```

```
>> rref(A)
ans =
     1    -2     0     3     0
     0     0     1     1     0
     0     0     0     0     1
     0     0     0     0     0
```

```
>> B
B =
     1     2     0     0
     2     1     0     0
     0     0     1     0
     0     0     0     1
```

```
>> [P,D]=eig(B)
P =
   -0.7071         0         0    0.7071
    0.7071         0         0    0.7071
         0    1.0000         0         0
         0         0    1.0000         0
```

Arvosanat ilmestyvät ensin verkkosivuille, mutta ei välttämättä tämän viikon aikana. Noin viikon kuluttua julkistamisesta kokonaissuoritusket lähtevät virallisesti eteenpäin o-infoon.

Tentissä saattaa olla apua seuraavista (tai sitten ei)

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{u}_i - \left(\frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_1}{\|\mathbf{v}_1\|^2} \mathbf{v}_1 + \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_2\|^2} \mathbf{v}_2 + \dots + \frac{\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{v}_{i-1}}{\|\mathbf{v}_{i-1}\|^2} \mathbf{v}_{i-1} \right)$$

$$\hat{\mathbf{x}} = (A^T A)^{-1} A^T \mathbf{b}$$