

MAT 31090 Matriisilaskenta 1

Tentti 27.11.2006

Ei muistiinpanoja, taulukoita, laskimia.

1. a) Määrittele negatiivisesti definiitti matriisi
b) Määrittele ominaisarvo ja -vektori
c) Osoita, että negatiivisesti definiitin matriisin ominaisarvot ovat negatiivisia.

2. Määrittele matriisin A ydin $\mathcal{N}(A)$.
a) Osoita, että $\mathcal{N}(A)$ on aliavaruus
b) Osoita, että $\mathcal{N}(A) = \mathcal{N}(A^*A)$.

3. Määrittele matriisinormi ja osoita, että

$$\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|$$

4. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- a) Mikä on A :n karakteristinen polynomi?
b) Mikä on A :n minimipolynomi?
c) Osoita, että A toteuttaa karakteristisen polynominsa.

5. Muodosta matriisin

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- a) singulaariarvohajotelma
b) A :n pseudoinverssi
c) Laske A :n matriisinormi