

$$e^{j\pi} + 1 = 0$$

MAT-10311 Insinöörimatematiikka A 1

Tentti 20.11.2006

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta
- Kirjoita papereihin nimesi, numerosi ja koulutusohjelmasi.
- Piirrä pääkonseptiin nimen alle neljä ruutua $a' 2 \times 2$.

--	--	--	--

1. a) Onko seuraavat päättelyt päteviä? Formalisoi molemmat ja perustele vastauksesi totuustauluilla.
1. Jos otat, et aja. Siis jos ajat, et ota . 2. Jos otat, et aja. Siis, jos et aja, niin otat.

- b) Todista käyttäen induktioperiaatetta, että

$$1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1.$$

2. a) Sievennä luvut $z_1 = (2 + j)^2 + 2 + j$, $z_2 = \frac{25}{3+4j}$, $z_3 = \text{Im}(2e^{j\pi/4})$.

- b) Etsi yhtälön $z^3 + 8j = 0$ kaikki ratkaisut.

3. a) Mikä on suoran $\mathbf{x} = [1, 0, 2] + t[0, -1, 3]$ ja tason $2x + y - z - 8 = 0$ leikkauspiste?

- b) Vektorit \mathbf{a} ja \mathbf{b} toteuttavat ehdot $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ ja $\mathbf{b} \cdot \mathbf{b} = 2\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$. Kun ne asetetaan alkamaan samasta pisteestä, ne muodostavat erään kolmion kaksi sivua. Osoita, että kolmiossa on suorakulma ja että kolmio on tasakylkinen. (Piirrä kuva)

4. a) Sievennä $\arctan(-1/\sqrt{3}) + \arcsin(-1) + \arccos(-1/\sqrt{2})$.

- b) Olkoot

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & -4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{c} = \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Etsi yhtälöryhmien $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ja $A\mathbf{x} = \mathbf{c}$ ja kaikki ratkaisut ja esitä ne vektorimuodossa.