

MAT-21160 Algoritmimatematiikka 20.11.2006 / Isto Lähti

Ei laskinta eikä kirjallisuutta

Kirjoita selkeästi nimesi ja numerosi

1. Ovatko seuraavat potenssijoukkoon (power set) liittyvät yhtälöt voimassa yleisesti kaikille joukoille A ja B? Perustele hyvin vastauksesi.

a) $\text{power}(A \cup B) = \text{power}(A) \cup \text{power}(B)$

b) $\text{power}(A \cap B) = \text{power}(A) \cap \text{power}(B)$

2. Onko $st(R) = ts(R)$? Perustele.

($st(R)$ on relaatio R täydennettynä ensin transitiiviseksi ja sitten symmetriseksi)

3. a) $p =$ ”n on kolmesta suurempi alkuluku”
 $q =$ ”n on muotoa $6m \pm 1$ ”

Onko voimassa implikaatio $p \Rightarrow q$? Entä $q \Rightarrow p$?

b) Todista induktiolla, että $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} < 2\sqrt{n}$

4. a) Sievennä $\neg((p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee r)) \rightarrow (p \leftrightarrow \neg p)$

b) Selvitä totuustaululla, onko seuraava lause aina tosi, kun $x \in \{a_1, a_2\}$:

$$((\exists x Q(x)) \rightarrow C) \rightarrow ((\forall x (Q(x) \rightarrow C)) \wedge C)$$

(C on propositio, johon x ei vaikuta.)