

MAT-20400 Vektorianalyysi (3 op, nykyinen kurssi)

MAT-73040 Vektorianalyysi (3ov, vanhanmallinen kurssi)

Tentti 7.8.2006

Ei laskimia eikä taulukoita. Kaavakokoelma kääntöpuolella.

Kaikki osallistujat vastaavat tehtäviin 1-4.

Vanhanmallisen kurssin (73040, 3ov) tenttijät vastaavat lisäksi tehtävään 5.

1. Laske vektorikentän $\mathbf{F} = (xy^2, \cos z + x^2y, -y \sin z)$ divergenssi ja roottori. Määritä kentälle myös potentiaali, tai jos sellaista ei ole olemassa, perustele miksi.

2. Funktio $g(x) = -x^2$ ja x -akseli ovat rajana tasoalueelle R välillä $1 \leq x \leq 2$. Piirrä tilanteesta kuva ja merkitse siihen R :n reunakäyrän positiivisen suunnistuksen suunta. Laske R :n positiivisesti suunnistetulla reunalla vektorikentän käyräintegraali kentälle

$$\mathbf{F} = \left(\frac{1}{3}xy + \tan x\right) \mathbf{i} + \left(\ln(y^{32} + 7) - \frac{1}{x}\right) \mathbf{j}.$$

3. Taso K kulkee pisteiden $(-1, 0, 3)$, $(1, 1, 2)$ ja $(0, 0, 8)$ kautta. Tason K ja lieriön $x^2 + y^2 = 2$ leikkaus on pinta S .

(a) Parametrisoi taso ja etsi sen yhtälö.

(b) Laske S :n pinta-ala.

(c) Origosta katsottuna reunan ∂S suunnistus on vastapäivään. Ilmoita jokin pinnan positiivisen puolen normaalivektori.

4. Laske vektorikentän

$$\mathbf{F} = (x + 3y + z^2, 2x + z^2 + 1, x^4y)$$

roottorin vuo alaspäin origokeskisen, 3-säteisen pallopinnan sen puolikkaan läpi, jossa $z \geq 0$.

5. Vain kurssia 73040 tenttiville:

Laske tehtävän 4 vektorikentän vuo (siis huom. ei roottorin vuo kuten yllä) alaspäin origokeskisen, 3-säteisen pallopinnan sen puolikkaan läpi, jossa $z \geq 0$.