

MAT-10310 Insinöörimatematiikka X 1 (TTY, avoin yliopisto)

Tentti 7.8.2006, Miika Huikkola

Ei laskinta. Ei taulukoita. Ei kirjallisuutta. Vastaa kuuteen tehtävään. Onnea kokeeseen!

Tehtävä 1 Olkoon funktio $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = |x|$.

- a) Määritä funktion f määrittelyjoukko, maalijoukko ja arvojoukko
- b) Määritä $f^{-1}(\frac{1}{2})$ (siis alkukuva pisteelle $\frac{1}{2}$)

Tehtävä 2 a) Laske

$$\frac{-1 + j}{3 - 4j}$$

- b) Laske $(-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}j)^{1/4}$ ja piirrä ratkaisuihin kuva kompleksitasoon.

Tehtävä 3 Olkoon $z, w \in \mathbb{C}$. Todista, että

$$\overline{zw} = \bar{z}\bar{w} \quad \forall z, w \in \mathbb{C}$$

Tehtävä 4 Olkoon \mathbb{R}^3 :n vektorit $\mathbf{a} = (3, 0, 6)$ ja $\mathbf{b} = (0, 1, -2)$.

- a) Määritä vektoreita \mathbf{a} ja \mathbf{b} vastaan kohtisuora normeerattu vektori \mathbf{c} .
- b) Mikä on vektoreiden \mathbf{a} , \mathbf{b} ja \mathbf{c} määräämän suuntaissärmiön tilavuus.

Tehtävä 5 Avaruuden \mathbb{R}^3 Taso kulkee pisteiden $(1, 1, 1)$, $(-3, 2, 1)$ ja $(-2, 0, 0)$ kautta. Määritä tason yhtälö

- a) parametrimuodossa
- b) normaalimuodossa ts. normaalivektorin avulla

Tehtävä 6 a) Määrittele symmetrinen ja vinosymmetrinen matriisi.

- b) Osoita, että jos matriisi $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ on vinosymmetrinen, niin

$$(A)_{ii} = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$