TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO
Ohjelmistotekniikan laitos

8101100 **Johdatus tietojenkäsittelyteoriaan** Kurssikoe
prof. Tapio Elomaa 11. 5. 2005

Merkitse jokaiseen erilliseen vastauspaperiin nimesi ja opiskelijatunnuksesi. Kunkin kysymyksen korkein mahdollinen pistemäärä on 6 pistettä. Yhteensä siis 30 pistettä.

1. Laadi standardimallinen Turingin kone (piirrä koneen kaavioesitys), joka tunnistaa kielen

$$\text{ABC} = \{ w \in \{ a, b, c \}^* \mid w \text{ sisältää yhtä monta } a\text{:ta, } b\text{:tä ja } c\text{:tä} \}.$$

2. Ei-negatiivinen kokonaisluku n on *yhdistetty*, jos sillä on kokonaislukutekijät $p, q \geq 2$, joilla $pq = n$. Luku, joka ei ole yhdistetty on *alkuluku*.

   Kolmen intialaisen tutkijan ryhmä onnistui vuonna 2002 ratkaisemaan pitkään avoinna olleen ongelman ja kehittämään polynomiaikaisen deterministisen algoritmin alkulukujen tunnistamiseksi.

   Osoita (käyttämättä hyväksesi yllä annettua tietoa), että myös yhdistetyt luvut voidaan tunnistaa deterministisesti. Osoittaako todistuksesi yhdistettyjen lukujen olevan tunnistettavissa polynomisessa ajassa?

3. Olkoot $A, B \subseteq \Sigma^*$ rekursiivisia kieliä. Todista, että tällöin myös kielet $\overline{A} = \Sigma^* \setminus A$, $A \cup B$ ja $A \cap B$ ovat rekursiivisia.

4. (a) Osoita, että binääriaakkoston universaalikieli

$$U = \{ c_M w \mid w \in L(M) \}$$

   ei ole rekursiivinen. Käytä hyväksesi tietoa, että "diagonaalikieli" $D = \{ c \in \{ 0, 1 \}^* \mid c \notin L(M_c) \}$ ei ole rekursiivisesti lueteltava (RE-kieli).

   (b) Kieli U on rekursiivisesti lueteltava. Todista, että se on myös RE-täydellinen.

5. (a) Määrittele vaativuusluokka NP.

   (b) Määrittele NP-täydellinen kieli.

   (c) Miten voidaan todistaa kielen A olevan NP-täydellinen käyttäen hyväksi tietoa, että toinen kieli B on NP-täydellinen?