

Tentti 10.09.2025

- Kokeessa saa käyttää laskinta, mutta se ei saa olla ohjelmoitava.
- Kokeessa saa olla mukana itse käsin kirjoitettu muistilappu (yksi A4, molemmat puolet).
Muistilappu pitää palauttaa koepaperin mukana.
- Kääntöpuolella kaavoja ja vakioita.

1

Kaksi vierekkäistä, samansuuntaista metallilevyä on varattu yhtäsuurilla mutta vastakkaismerkkisillä varauksilla, joiden suuruus on 1.2 nC . Levyjen välinen etäisyys on 1.8 mm , ja niiden välissä on tyhjiö. Kummankin levyn pinta-ala on 0.015 m^2 .

a) Laske sähkökentän suuruus levyjen välissä.

b) Laske potentiaaliero levyjen välillä.

c) Laske sähkökentän elektroniin tekemä työ, kun elektroni siirtyy kondensaattorin negatiiviselta levyltä positiiviselle.

2

Maapallolla on sekä sähkö- että magneettikenttä. Tutkittavalla alueella sähkökenttä osoittaa suoraan Maan sisään, ja sen suuruus on 110 V/m . Magneettikenttä osoittaa pohjoiseen ja sen suuruus on $45 \mu\text{T}$.

a) Laske, mikä elektronin nopeuden pitää olla, jotta siihen kohdistuva sähkömagneettinen kokonaisvoima on nolla sen kulkiessa tässä alueessa. Ilmoita myös nopeuden suunta. (5p)

b) Miksi a-kohdan vastaus ei ole yksikäsitteinen? (1p)

3

Tutkit kela, jonka poikkileikkaus on ympyränmuotoinen säteen ollessa 2.00 cm . Kelassa on 50 kierrosta. Kela on tasaisessa magneettikentässä, jonka suuruus muuttuu ajan t funktiona seuraavasti: $B = (3.0 \text{ mT/s}^2)t^2$. Kelan tason normaalin ja magneettikenttävektorin välinen kulma on koko ajan vakio 60.0° . Laske kelaan indusoituneen sähkömotorisen voiman (eli emf:n $\mathcal{E}$) suuruus hetkellä $t = 5.0 \text{ s}$.

4

Kondensaattori koostuu umpinaisesta sisäpallosta (säde R_1) ja tätä symmetrisesti ympäröivästä ontosta pallokuoresta (ohut, säde R_2). Molemmat on tehty johtavasta materiaalista ja niiden välissä on tyhjiö. Sisäpallo on varattu varaukseen $+Q$ ja ulkokuori varaukseen $-2Q$. Kirjoita *Gaussin lain* avulla sähkökentälle lauseke etäisyydellä r sisäpallon keskipisteestä. Tarkastele alueittain a) $r < R_1$, b) $R_1 < r < R_2$ ja c) $r > R_2$. Perustele välivaiheet ja ilmoita myös sähkökentän suunta!

5

a) Tunnet potentiaalin tietyssä alueessa paikan funktiona $V(x, y, z)$. Vastaa seuraaviin kysymyksiin lyhyesti (1-2 riviä/kohta).

(i) Miten saat potentiaalin avulla selville sähkökentän tietyssä alueen pisteessä?

(ii) Miksi potentiaalin nollataso ei ole merkittävä asia? Toisin sanoen, miksi potentiaali voisi olla yhtä hyvin muotoa $V(x, y, z) + V_0$, missä V_0 on vakio.

(iii) Mikä ero on potentiaalilla ja potentiaalienergialla?

b) Kurssilla on esitetty kaksi eri yleismenetelmää johtimessa kulkevan virran aiheuttaman magneettikentän laskemiseksi. Esittele menetelmät vaikka kaavoina ja kerro lyhyesti muutamalla rivillä, minkälaisiin tilanteisiin menetelmät sopivat parhaiten. (Tässä ei siis haeta erityistapausten valmiita kaavoja.)

Yleisiä vakioita

$$g = 9.80 \text{ m/s}^2$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{N}^{-1} \text{m}^{-2}$$

$$\mu_0 \approx 4\pi \times 10^{-7} \text{ TmA}^{-1}$$

$$e = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\mu_B = 5.788 \times 10^{-5} \text{ eV/T}$$

$$c = 2.998 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y) \hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \hat{k} \quad \text{Pallo: } A = 4\pi r^2, \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$21: \quad \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad \vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \hat{r} \quad p = qd \quad \tau = pE \sin \phi$$

$$22: \quad \Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$$

$$23: \quad V = \frac{U}{q_0} \quad V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad W_{a \rightarrow b} = q_0(V_a - V_b) \quad V_{ab} = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{k}\right)$$

$$24: \quad C = \frac{Q}{V_{ab}} \quad C = \epsilon \frac{A}{d} \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon} \quad U = \frac{Q^2}{2C} \quad u = \frac{1}{2} \epsilon E^2 \quad C = KC_0 \quad \epsilon = K\epsilon_0$$

$$25: \quad I = \frac{dQ}{dt} \quad J = \frac{I}{A} \quad \vec{J} = nq\vec{v}_d \quad \vec{E} = \rho\vec{J} \quad \rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad R = \frac{\rho L}{A} \quad V = IR \quad P = V_{ab}I$$

$$26: \quad \sum I_{\text{in}} = \sum I_{\text{out}} \quad \sum V = 0 \quad q = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/RC})$$

$$27: \quad \vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B} + \vec{E}) \quad \Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B} \quad \tau = \mu B \sin \phi \quad \vec{\mu} = NI\vec{A}$$

$$28: \quad \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad B = \mu_0 nI \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \vec{M} \quad \vec{B} = K_m \vec{B}_0$$

$$29: \quad \mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_c + \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{encl}}$$

$$30: \quad M = \frac{N_2 \Phi_{B,2}}{i_1} \quad \mathcal{E}_2 = -M \frac{di_1}{dt} \quad L = \frac{N\Phi_B}{i} \quad \mathcal{E} = -L \frac{di}{dt} \quad U = \frac{1}{2} LI^2 \quad u = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} (1 - e^{-tR/L})$$

$$32: \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \quad E = cB \quad f = \frac{c}{\lambda} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \omega = 2\pi f \quad \vec{E}(x, t) = E_{\text{max}} \hat{j} \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B}(x, t) = B_{\text{max}} \hat{k} \cos(kx - \omega t) \quad I = S_{\text{av}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\text{max}}^2$$