

- Kokeessa saa käyttää laskinta. Laskin ei saa olla ohjelmoitava.
- Kokeessa saa olla mukana itse käsin kirjoitettu muistilappu (yksi A4, molemmat puolet).
- Kokeessa saa olla mukana itsetulostettu muistilappu (yksi A4, molemmat puolet).
- Muistilappu tulee palauttaa keopaperin mukana.
- Kääntöpuolella kaavoja ja vakiota.

1

Vaakatasossa lentävän linnun nopeus on ajan funktiona  $\vec{v}(t) = (2.1 \text{ m/s}^3)t^2 \hat{i} + (3.2 \text{ m/s}^2)t \hat{j}$ .

a) Laske linnun kiihtyvyys hetkellä  $t = 2.0 \text{ s}$ .

b) Hetkellä  $t = 0.0 \text{ s}$  linnun paikka on  $\vec{r}_0 = 1.0 \text{ m} \hat{i} - 2.0 \text{ m} \hat{j}$ . Laske linnun paikka hetkellä  $t = 2.0 \text{ s}$ .

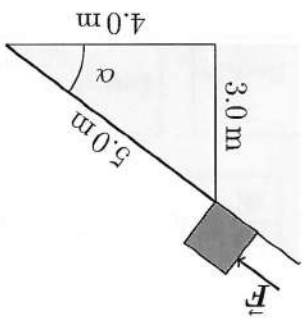
2

Kuvan laatikko (massa  $1.6 \text{ kg}$ ) on alussa levossa kaltevalla tasolla. Sitä työnnettään alarinteeseen päin, niin että laatikko kullkee matkan  $5.0 \text{ m}$  (pystysuorassa suunnassa  $3.0 \text{ m}$ ). Alustan ja laatikon välinen liikekiihtäkerroin on  $0.30$ .

a) Laske laatikkoon kohdistuvan liikekiihtävoiman suuruus työnnon aikana. (2p)

b) Laske liikekiihtävoiman tekemä työ  $5.0 \text{ metrin}$  matkalla. (1p)

c) Laske laatikon vauhti  $5.0 \text{ metrin}$  matkan jälkeen, kun työntävä voima  $\vec{F}$  tekee  $22.0 \text{ J}$  työn tässä siirtymässä. (3p)



3

Langan päätä heitellään harmonisesti taajuudella  $2.2 \text{ Hz}$  hiikkeen amplitudin ollessa  $4.3 \text{ cm}$ . Tästä syntyy langan aalto, joka etenee nopeudella  $18 \text{ m/s}$ . Langan massa pituusyksikköä kohti on  $0.065 \text{ kg/m}$ .

a) Millä voimalla lanka on kiristetty?

b) Mikä on syntyvän aallon aallonpituus?

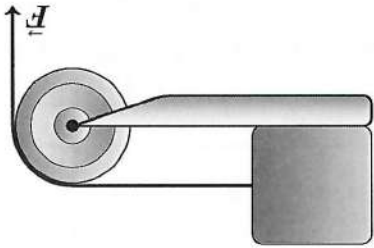
c) Kirjoita syntyvän aallon aaltofunktio, kun aalto etenee  $+x$ -suuntaan.

4

Tasolla olevaan laatikkoon ( $2.0 \text{ kg}$ ) on kiinnitetty vaakasuorassa oleva massaton, joustamaton köysi. Köysi on kierretty väkipyörän (hitausmomentti  $0.040 \text{ kgm}^2$ , säde  $0.20 \text{ m}$ ) ympäri. Köydestä vedetään alaspäin voimalla  $\vec{F}$ , jonka suuruus on  $18 \text{ N}$ . Tällöin laatikko lähtee liikkumaan oikealle ja väkipyörä pyörimään kiintään akselinsa ympäri. Köysi kullkee väkipyörän kehällä liukumatta. Laatikon ja tason välinen liikekiihtäkerroin on  $\mu_k = 0.52$ .

a) Piirrä väkipyörän ja laatikon vapaakappalekuvat. (2p)

b) Laske laatikon kiihtyvyys. (4p)



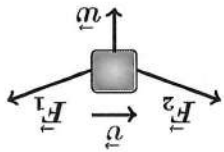
5

Selitä ja perustele lyhyesti (muutama rivi/kohda riittää varmasti).

a) Jos **nettovoima** tekee negatiivista työtä kappaleeseen, niin mitä tapahtuu kappaleen liikkeelle?

b) Mikä (tai mitkä) viereisen kuvan voimista ( $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{w}$ ) tekee kappaleeseen negatiivista työtä kappaleen liikkuessa nopeuden  $\vec{v}$  suuntaan eli kuvassa vasemmalle?

c) Eräs toinen kappale kullkee pystysuoraa ympyrämuotoista rataa. Onko painon kappaleeseen yhden täyden kierroksen aikana tekemä työ negatiivinen, positiivinen vai nolla? Perustele.



Vakio:  $g=9.8 \text{ m/s}^2$

Kaavat:

$\vec{A} \times \vec{B} = (A_y B_z - A_z B_y)\hat{i} + (A_z B_x - A_x B_z)\hat{j} + (A_x B_y - A_y B_x)\hat{k}$	Pallo: $A = 4\pi r^2, \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3$
---	---

$v_{av,x} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$	$v_x = \frac{dx}{dt}$	$a_{av,x} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$	$a_x = \frac{dv_x}{dt}$	$v_x(t) = v_{0,x} + \int_{t_0}^t a_x dt$	$x(t) = x_0 + \int_{t_0}^t v_x dt$
--	-----------------------	--	-------------------------	--	------------------------------------

$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	$a_{rad} = \frac{v^2}{R}$	$\vec{v}_{P/A} = \vec{v}_{P/B} + \vec{v}_{B/A}$
--	---------------------------------	--	---------------------------------	---------------------------	---

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$	$\vec{F}_{A \rightarrow B} = -\vec{F}_{B \rightarrow A}$	$f_k = \mu_k n$	$f_s \leq \mu_s n$
---------------------------	--	-----------------	--------------------

$W = \int_{P_1}^{P_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$	$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$	$W_{tot} = \Delta K$	$K = \frac{1}{2}mv^2$	$W_{muut} = \Delta E$	$E = K + U$
---	-----------------------------	----------------------	-----------------------	-----------------------	-------------

$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$	$\vec{F} = -\nabla U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}\right)$	$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$	$U_{grav} = mgy$
-----------------------------	--	----------------------------	------------------

$\vec{J} = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F} dt$	$\vec{J} = \Delta \vec{p}$	$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$\vec{P} = M\vec{v}_{mkp}$	$\vec{r}_{mkp} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$
--	----------------------------	--------------------------------------	----------------------------	--

$v = r\omega$	$a_{tan} = r\alpha$	$s = r\theta$	$I = \int r^2 dm$	$I_P = I_{mkp} + md^2$	$W = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \tau_z d\theta$
---------------	---------------------	---------------	-------------------	------------------------	---

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I\vec{\omega}$	$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$	$\sum \tau_z = I\alpha_z$	$P = \tau_z \omega_z$
---------------------------------------	--	---	---------------------------	-----------------------

$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$	$x = A \cos(\omega t + \phi)$	$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$
----------------------------	-------------------------------	---	-------------------------------	-------------------------------

$\phi = \arctan\left(-\frac{v_{0x}}{\omega x_0}\right)$	$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_{0x}^2}{\omega^2}}$	$x = Ae^{-(b/2m)t} \cos(\omega't + \phi)$	$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$
---	--	---	---

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	$v = f\lambda = \frac{\omega}{k}$	$y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t)$	$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2}$	$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$
----------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------	---	----------------------------