



Usean muuttujan funktiot

Tentti 11.1.2022 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.
- Muista, että jokaisessa tehtävässä pisteet tulevat perusteluista eikä arvauksista.

1. Olkoon $f(x, y, z) = x^2z + yz^3$.

a) Määritä funktion f gradientin arvo pisteessä $(-1, 2, 1)$.

b) Jos $dx = \frac{1}{100}$, $dy = -\frac{4}{100}$ ja $dz = \frac{2}{100}$, niin laske funktion f kokonaisdifferentiaalinen arvo pisteessä $(-1, 2, 1)$.

c) Anna arvio funktion arvolle arvioimalla kokonaisdifferentiaalilla maksimivirhettä, kun $x = -1 \pm 0.01$, $y = 2 \pm 0.04$, $z = 1 \pm 0.02$. Anna arvio samassa muodossa kuin muuttujien arvot on annettu.

2. Etsi ne suunnat $\mathbf{u} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, mihin funktion $f(x, y) = ye^{-xy}$ suunnattu derivaatta f'_u pisteessä $(0, \sqrt{2})$ saa arvon 1.

3. Etsi funktion $f : f(x, y) = y^2 - x^2y$ suurin ja pienin arvo rajoitetussa alueessa

$$\Omega = \{(x, y) \mid x^2 - 1 \leq y \leq 3\}.$$

4. Paraboloidi $z = x^2 + y^2$ ja taso $z = 4$ rajaavat kappaleen T . Integroi funktio

$$f : f(x, y, z) = \frac{3}{16} \sqrt{x^2 + y^2}$$

sen yli.