

MAT-01120 Insinöörimatematiikka B1 / Riikka Kangaslampi (SC309)
Tentti 15.1.2020 klo 17-20

Ratkaise kaikki neljä tehtävää. Kukin niistä on kuuden pisteen arvoinen.
Kokeessa ei saa käyttää laskimia tai taulukkokirjoja. Tehtäväpaperin kääntöpuolella on kaavakokoelma.

Muista perustella ratkaisusi huolellisesti!

Tehtävät

1) Etsi funktion $f(x) = 8x^5 - 5x^4 - 20x^3$ lokaalit ääriarvopisteet ja selvitä niiden laatu toisen derivaatan avulla.

2) Laske raja-arvot

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \cos\left(\frac{x^2 - x + \pi}{x + 1}\right),$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 5x - 3}{-3x^3 + 2x^2 + 6x},$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x \ln(x)}.$

3) a) Määrittele injektio, surjektio ja bijektio.

b) Valitse funktiolle $f(x) = |3 - 2x|$ sellaiset määrittelyjoukko ja maalijoukko, että funktio on bijektio.

c) Määritä b)-kohdan funktiolle f käänteisfunktion lauseke silloin kun määrittelyjoukko ja maalijoukko ovat ne, mitkä valitsit kohdassa b).

4) Osoita induktiolla de Moivre'n kaava

$$(r(\cos \varphi + i \sin \varphi))^n = r^n (\cos(n\varphi) + i \sin(n\varphi)),$$

missä $n \in \mathbb{Z}_+$.