MAT-01210 Insinöörimatematiikka A2 / Riikka Kangaslampi (SC309)
**Tentti 4.3.2019 klo 17-20**

Tentti on kaksiosainen. Kaksi tehtävää suoritetaan exam-tentissä, kaksi tässä tilaisuudessa. Kukin tehtävä on kuuden pisteen arvoinen.
Kokeessa ei saa käyttää laskimia tai taulukkokirjoja. Tehtäväpaperin kääntöpuolella on kaavakokoelma.

Muista perustella ratkaisusi huolellisesti!

**Tehtävät**

1) (Tehdään exam-tentissä)

2) (Tehdään exam-tentissä)

3) a) Laske ristitulon avulla sen kolmion pinta-ala, jonka kärkipisteet ovat origo, $(1,0,2)$ ja $(2,1,1)$. (2 p.)
   b) Neliömatriisia $\mathbf{A}$ kutsutaan *idempotentiksi*, jos sille pätee $\mathbf{A}^2 = \mathbf{A}$.
      i) Etsi kolme idempotenttia $2 \times 2$-matriisia. (2 p.)
      ii) Osoita, että identiteettimatriisi on ainoa idempotentti kääntyvä $n \times n$-matriisi. (2 p.)

4) Olkoot $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ ja $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$.
   a) Osoita, että yhtälöllä $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ ei ole tarkkaa ratkaisua. (2 p.)
   b) Etsi yhtälön $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}$ pienimmän neliösumman ratkaisu. (4 p.)

Insinöörimatematiikka 2
Kaavakokoelma

1. $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}$

2. $\cos(\theta) = \dfrac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|}$

3. $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$

4. $\mathrm{proj}_{\mathbf{u}}(\mathbf{v}) = \left(\dfrac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}\right) \mathbf{u}$

5. $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{p}) = 0$

6. $\mathbf{x} = \mathbf{p} + s\mathbf{u} + t\mathbf{v}$

7. $(AB)^T = B^T A^T,\ (AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1},\ (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

8. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \dfrac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

9. $\det(A) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} \det(A_{ij})$

10. $A\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x},\ \det(A - \lambda I) = 0$

11. $V^{-1} A V = D \Leftrightarrow A = V D V^{-1}$

12. $A^T A \overline{\mathbf{x}} = A^T \mathbf{b}$