

# MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 28. 1. 2019 Timo Hämäläinen

Ei kirjallisuutta. Funktiolaskin sallittu. Kaavakokoelma erillisellä paperilla.

Muista perustella vastauksesi

**Tehtävä 1.** Akun elinikä minuutteina on jatkuva satunnaismuuttuja, jonka tiheysfunktio on

$$f(x) = \frac{1}{38\sqrt{x}}, \quad 1 \leq x \leq 400.$$

- (a) Millä todennäköisyydellä juuri ladattu akku kestää 6 tuntia?
- (b) Määrää eliniän odotusarvo ja varianssi.

**Tehtävä 2.** Diskreetin satunnaisvektorin  $(X, Y)$  tiheysfunktio on  $f(x, y) = \frac{1}{8}(x + y)$  ja otosavaruus  $\Omega = \{(0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}$ .

- (a) Määrää marginaalijakaumien tiheysfunktiot.
- (b) Laske todennäköisyydet tapahtumille  $A = \{Y \leq X\}$  ja  $B = \{Y = 1\}$  sekä ehdollinen todennäköisyys  $P(Y = 1 \mid X = 0)$ .

**Tehtävä 3.** Valmistaja ilmoittaa, että muropaketin paino on normaalijakautunut  $X \sim N(500, 10^2)$ . Asiakas väittää, että muropakettien paino on alle pakkauksessa ilmoitetun painon 500 g. Asiaa testataan punnitsemalla 25 muropakettia ja saadaan otoskeskiarvoksi 496 g. Onko asiakas oikeassa? Tutki asiaa kahdella eri riskitasolla  $\alpha = 0.05$  ja  $\alpha = 0.01$ .

**Tehtävä 4.** Heitetään kolikkoa 100 kertaa. Hae Tsebyshevin epäyhtälön avulla alaraja todennäköisyydelle, että klaavojen lukumäärä on välillä  $[45, 57]$ .