

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 25.2.2019 / Kimmo Vattulainen

- Vastaa jokainen tehtävä eri konseptille.
 - Funktiolaskin sallittu
 - Tenttiin kuuluu kaavakokoelma.
-

1.a) Olkoon $P(\bar{A} \cap B) = 0.2$ ja $P(A | B) = 0.7$. Laske $P(B)$.

1.b) 10 laatikossa on jokaisessa on sama määrä ja hyvin paljon kuulia. Neljässä laatikossa on punaisia ja kuudessa laatikossa sinisiä kuulia. Henkilö A valitsee ensin satunnaisesti 5 eri laatikkoa ja sitten jokaisesta yhden kuulan. Henkilö B puolestaan siirtää kaikki kuulat yhteen laatikkoon ja valitsee sitten satunnaisesti 5 kuulaa. Kumpi henkilö saa todennäköisemmin täsmälleen 3 punaista ja 2 sinistä kuulaa.

2. Komponentin elinikä tunneissa on satunnaismuuttuja X , jonka tiheysfunktio

$$f(x) = \frac{100}{x^2}, \quad x \in \Omega = [100, \infty)$$

a) Jos valitaan kaksi toisistaan riippumatonta komponenttia A ja B , niin millä todennäköisyydellä ainakin toinen niistä kestää vähintään 150 tuntia?

b) Mikä on satunnaismuuttujan odotusarvo $E(X)$?

c) Jos valitaan 5 toisistaan riippumatonta komponenttia, niin millä todennäköisyydellä niistä täsmälleen kaksi kestää korkeintaan 150 tuntia?

3. Jatkuvan satunnaisvektorin (X, Y) tiheysfunktio ja otosavaruus ovat

$$f(x, y) = \frac{xy}{4}, \quad \Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq \sqrt{2}, 1 \leq y \leq 3\}$$

a) Laske todennäköisyys $P(x^2 + y \geq 2)$

b) Mitä on $E\left(\frac{x^2}{y}\right)$.

4. Huoltoon tuodaan viikossa 100 laitetta, joihin vaihdetaan 1-4 tiettyä kondensaattoria. Aikaisempien tietojen mukaan laitteisiin vaihdetaan kondensaattoreita seuraavasti

Vaihdettavien kondensaattorien lukumäärä	1	2	3	4
Osuus laitteista	10%	20%	50%	20%

Kuinka monta kondensaattoria pitäisi vähintään olla varastossa, jotta ne 95%:n todennäköisyydellä riittävät viikoksi? *Vihje: Käytä keskeistä raja-arvolauseetta.*