

Sallitut välineet: Ainoastaan kirjoitusvälineet. Ei laskimia eikä taulukoita!

Liitteet: Tämän kysymyspaperin kääntöpuolella on kaavakokoelma.

**Vastausohje:** Laskutoimitukset on perusteltava ja kaikki olennaiset välivaiheet esitettävä. Käytä luonnosteluun erillistä suttupaperia, jotta varsinaisesta vastauksestasi tulee siisti. Vedä vastauspapereissa "henkselit" sellaisten merkintöjen yli, joita et halua arvosteltaviksi. Kirjoita nimesi ja opiskelijanumerosi jokaisen vastauspaperin yläosaan.

**Arvostelu:** Kukin tehtävä arvostellaan pistein 0...6. Tehtävien alakohdat (a, b, jne.) ovat keskenään tasa-arvoisia, ellei toisin mainita. Malliratkaisut ja osallistuneiden tehtäväkohtaiset pisteet julkaistaan toteutuskerran Moodle-sivulla korjaamisen valmistuttua.

1. Laske

$$\text{a) } \int \frac{4x - 9}{x^2 - 8x + 15} dx, \quad \text{b) } \int \frac{\ln x}{x^2} dx.$$

2. a) Ratkaise alkuarvotekävä  $x^2y' + xy = 1$ ,  $y(1) = 2$ . (Muista kertoa myös, millä välillä laskemasi  $y$  on ratkaisu.)

b) Laske yhtälön  $y'' - y' - 2y = 3e^{-x}$  yleinen ratkaisu.

3. a) Millä  $x$ :n arvoilla sarja  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^n$  suppenee ja mikä silloin on sen summa?

b) Hae polynomi, joka approksimoi  $\sin x$ :ää yhden desimaalin tarkkuudella välillä  $[-\pi/4, \pi/4]$ .

4. a) Osoita, että integraali  $\int_0^2 \frac{dx}{e^x - 1}$  hajaantuu.

b) Laske yhtälön  $y''' + 4y' = 3x - 1$  yleinen ratkaisu.