MAT-01110 Insinöörimatematiikka A1

Tentti 10.1.2018 / Kimmo Vattulainen

- **Ei laskimia.**
- **Kääntöpuolella kaavakokoelma**

---

1. a) Osoita totuustaulukon avulla tautologiaksi: $\neg p \vee q \leftrightarrow p \rightarrow q$

b) Ratkaise yhtälö ja esitä vastaus sievennetyssä muodossa

$$3^{x+2} = 6^{2x-1}$$

2. Määritä $\sqrt{(2i)^{-1}}$ sekä muodossa $a + bi$ että muodossa $re^{i\theta}$. Neliöjuuria on kompleksilukujen joukossa aina kaksi.

3. a) Funktio $f(x)$ on määritelty paloittain. Määritä $a, b \in \mathbb{R}$, siten, että $f(x)$ on jatkuva kohdassa $x = 2$.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x \leq 2 \\ \dfrac{bx + 6}{e^{x-2} - 1}, & x > 2 \end{cases}$$

b) Onko funktio derivoituva kohdassa $x = 2$.

Vihje: Milloin $\lim_{x \to 2} \dfrac{bx + 6}{e^{x-2} - 1}$ *on jokin reaaliluku? Raja-arvojen määrittämisessä voi käyttää l'Hopitalin sääntöä.*

4. Etsi funktion f lokaalit ja globaalit ääriarvot

$$f : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}, \; f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2$$

TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

Insinöörimatematiikka A 1
Tentin kaavaliite

1. Derivointikaavoja

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\dfrac{1}{x \ln a}$
$\tan x$	$1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\dfrac{1}{1+x^2}$
$\sinh x$	$\cosh x$
$\cosh x$	$\sinh x$
$\tanh x$	$\dfrac{1}{\cosh^2 x}$
$\operatorname{ar}\sinh x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{ar}\cosh x$	$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{ar}\tanh x$	$\dfrac{1}{1-x^2}$

2. $D_y f^{-1}(y) = \dfrac{1}{f'(x)} \qquad (y = f(x))$

3. $\sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \tanh x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x}$

4. $\operatorname{ar}\sinh x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right), \quad \operatorname{ar}\cosh x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right),$

$\operatorname{ar}\tanh x = \dfrac{1}{2} \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

5. $\sin(\theta + \phi) = \sin\theta\cos\phi + \cos\theta\sin\phi$
$\cos(\theta + \phi) = \cos\theta\cos\phi - \sin\theta\sin\phi$

6. $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$