TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

MAT-01310 Insinöörimatematiikka A3 / Kaarakka
Tentti (1) 1.3.2018

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta.

HUOM Tenttiin kuuluu sekä EXAM-tentti että paperitentti. Tehtävät EIVÄT ole vaikeusjärjestyksessä!

Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi ja myös koulutusohjelmasi.

Ratkaise **kaikki tehtävät omille** papereilleen.

Muistathan antaa palautetta Kaiku-järjestelmän kautta saadaksesi opintosuorituksen.

Tehtävät

1. (a) (3 pistettä) Laske integraali $\displaystyle\int_3^4 \frac{x+7}{x^2-x-2}dx.$

   (b) (3 pistettä) Laske integraali $\displaystyle\int \ln(1+\sqrt{x})dx$ aluksi käyttäen sijoitusta $x=(u-1)^2$, $u>1$ ja sijoituksen jälkeen hyödyntämällä osittaisintegrointia.

2. (a) (3 pistettä) Ratkaise alkuarvo-ongelma

$$y'=y+2, \qquad y(0)=1.$$

   (b) (3 pistettä) Etsi differentiaaliyhtälön

$$y''-y=e^x$$

   yleinen ratkaisu.

3. (a) (3 pistettä) Ratkaise potenssisarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3^n n}(x-3)^n$$

   suppenemissäde ja suppenemisväli.

   (b) (3 pistettä) Osoita integraalitestiä käyttäen, että $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ suppenee, kun $p>1$.

MAT-01310 Insinöörimatematiikka 3
Kaavoja 2018

1.

$f(x)$	$\int f(x)\,dx$
$\tan(x)$	$-\ln\lvert\cos(x)\rvert + C$
$\cot(x) = \dfrac{1}{\tan(x)}$	$\ln\lvert\sin(x)\rvert + C$
$\dfrac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x) + C$
$\dfrac{1}{\sin^2(x)}$	$-\cot(x) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x) + C$
$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\operatorname{arsinh}(x) + C = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{arcosh}(x) + C = \ln\left\lvert x+\sqrt{x^2-1}\right\rvert + C$
$\dfrac{1}{1-x^2}$	$\operatorname{artanh}(x) + C = \dfrac{1}{2}\ln\left\lvert\dfrac{x+1}{x-1}\right\rvert + C$

2. $s = \int_a^b \sqrt{1+f'(x)^2}\,dx, \quad A = 2\pi\int_a^b \lvert f(x)\rvert\sqrt{1+f'(x)^2}\,dx, \quad V = \pi\int_a^b f(x)^2\,dx$

3. $\sin(\theta+\phi) = \sin\theta\cos\phi + \cos\theta\sin\phi$, $\cos(\theta+\phi) = \cos\theta\cos\phi - \sin\theta\sin\phi$

4. $\sum_{k=l}^{\infty} aq^k$, geometrinen sarja. Jos suppenee, niin $S = \dfrac{aq^l}{1-q}$.

5. $f(x) = \sum_{k=0}^{n}\dfrac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}, \quad R = \dfrac{1}{L} = \lim_{n\to\infty}\left\lvert\dfrac{a_n}{a_{n+1}}\right\rvert$

6.

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} x^k \qquad (-1 < x < 1)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!} \qquad (x \in \mathbb{R})$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k+1)!}x^{2k+1} \qquad (x \in \mathbb{R})$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}x^{2k} \qquad (x \in \mathbb{R})$$