TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

MAT-01210 Insinöörimatematiikka A2 / Kaarakka
Tentti 14.12.2017

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta.

Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi ja myös koulutusohjelmasi.

Ratkaise **tehtävät 1 ja 2 molemmat omalle** paperilleen.

Muistathan antaa palautetta Kaiku-järjestelmän kautta saadaksesi opintosuorituksen.

Tehtävät

1. Olkoot matriisit

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ ja } B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

   (a) (1 piste) Laske $\left(BA^T\right)^T$.

   (b) (1 piste) Laske $\det(A)$.

   (c) (2 pistettä) Laske A^{-1}.

   (d) (2 pistettä) Taso kulkee pisteiden $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ ja $\begin{bmatrix} 2 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$ kautta. Muodosta tason yhtälö sekä vektorimuodossa että yleisessä muodossa.

2. (a) (3 pistettä) Kolmion kärkipisteet ovat vektorien $[0,1,2]^T, [-1,0,2]^T, [1,2,0]^T$ kärjissä. Laske kolmion pinta-ala.

   (b) (3 pistettä) Osoita, että diagonaalimatriisin H ominaisarvot ovat matriisin H diagonaalialkiot. Laske lisäksi ominaisarvoja vastaavat ominaisvektorit.

Insinöörimatematiikka 2
Kaavakokoelma

1. $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}$

2. $\cos(\theta) = \dfrac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\|\|\mathbf{v}\|}$

3. $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$

4. $\mathrm{proj}_{\mathbf{u}}(\mathbf{v}) = \left(\dfrac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}\right) \mathbf{u}$

5. $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{p}) = 0$

6. $\mathbf{x} = \mathbf{p} + s\mathbf{u} + t\mathbf{v}$

7. $(AB)^T = B^T A^T,\ (AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1},\ (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

8. $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \dfrac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

9. $\det(A) = \displaystyle\sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} a_{ij} \det(A_{ij})$

10. $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x},\ \det(A - \lambda I) = 0$

11. $V^{-1}AV = D \Leftrightarrow A = VDV^{-1}$

12. $A^T A\overline{\mathbf{x}} = A^T \mathbf{b}$