

MAT-02550 Tilastomatematiikka (Kangas)
Tentti 12.05.2017

Laskimen käyttö sallittu. Tietokoneen tai mobiilien internetlaitteiden käyttö ei ole sallittu. Kaavakokoelma liitteenä.

1. Salaatinkastikkeita valmistavassa tehtaassa pakataan salaatinkastiketta pulloihin. Tämä ns. pulloitus tapahtuu automatisoidulla pakkauslinjastolla, jossa kone laskee jokaiseen pulloon tietyn määrän salaatinkastiketta. Tehtaan laadunvalvontayksikön tehtäviin kuuluu (muunmuassa) seurata onko pulloihin lasketun salaatinkastikkeen määrän varianssi korkeintaan sallitun suuruinen σ_0^2 vai tapahtuuko täytössä liikaa heittoa, jolloin ylitäytyneet sekä vajaaksi jääneet pulloet aiheuttavat hävikkiä ja reklamaatioita. Pulloihin lasketun salaatinkastikkeen määrän voidaan olettaa olevan normaalijakautunut. Miten laadunvalvontayksikön tulisi suorittaa testaus? Lisäkysymys: Millaista riskitasoa heidän mielestäsi tulisi käyttää ja miksi?
2. Maaperän kvartsipitoisuutta (prosentteissa) mitattiin tietyllä arktisella alueella 16 eri puolilta aluetta otetusta näytteestä. Näistä saatiin otoskeskiarvo $\bar{x} = 57,06$ prosenttia sekä otoshajonta $s = 2,70$ prosenttia.
 - a) Muodosta 99 prosentin luottamusväli kyseisen pitoisuuden odotusarvolle.
 - b) Muodosta 99 prosentin luottamusalaraja kyseisen pitoisuuden odotusarvolle.
3. Kymmenen teekkaria ajautui väittelyyn aiheesta 'auto kuluttaa vähemmän korkeaktaanista polttoainetta kuin matalaoktaanista polttoainetta'. Ratkaistakseen väittelyn he päättivät testata asiaa. Jokainen kymmenestä teekkarista tankkasi autonsa täyteen matalaoktaanista polttoainetta (M) ja ajoi tankin tyhjäksi, minkä jälkeen autojen tankit täytettiin korkeaktaanisella polttoaineella (K) ja toistettiin ajelut jotakuinkin samanlaisissa ympäristöissä sekä sääolosuhteissa samanlaisella ajotyylillä. Matalaoktaanisella ajettassa saatiin kulutuksien otoskeskiarvoksi $\bar{x}_M = 9,50$ (litraa per sata kilometriä) ja otoshajonnaksi $s_M = 3,03$. Vastaavat luvut korkeaktaanista polttoainetta käytettäessä olivat $\bar{x}_K = 9,32$ ja $s_K = 2,72$.
 - a) Muodosta 95 prosentin luottamusväli populaatiovariانسsien suhteelle σ_M^2/σ_K^2 .
 - b) Onko polttoaineiden kulutuksien odotusarvoissa eroa vai voidaanko niitä pitää yhtäsuurina? Tutki asiaa riskitasolla $\alpha = 0,05$ olettaen, että $\sigma_M^2 = \sigma_K^2$.
 - c) Voidaanko b-kohdassa tehtyä oletusta $\sigma_M^2 = \sigma_K^2$ pitää oikeutettuna? Perustele!
4. Uusi uhkapeli kasinolla perustuu kolmen nopan heittämiseen. Voitot ovat suoraan verrannolliset heitettyjen 'kuutosten' lukumäärään. Naapurin Pasi, joka on tunnettu hyvästä onnestaan, on ahkera uhkapelien harrastaja ja Pasikin päätti kokeilla tätä uutta noppapeliä. Pasi pelasi sata peliä saaden 'kuutosia' peleissä seuraavasti

'Kuutosia' (kpl)	0	1	2	3
Pelejä (kpl)	48	35	15	3

Todennäköisyyslaskennan teorian mukaan 'kuutosten' pitäisi kolmea noppaa heitet-
täessä jakautua likimain seuraavien todennäköisyyksien mukaan:

'Kuutosia' (kpl)	0	1	2	3
Todennäköisyys	0,58	0,345	0,07	0,005

Voidaanko Pasin tulosten sanoa noudattavan tätä jakaumaa vai onko tämä jälleen
osoitus Pasin hyvästä tuurista?

5. Järviveden happamuutta (pH-arvoja) mitattiin runsaasti teollisuutta sisältävällä alu-
eella (alue A) sekä maaseutualueella (alue B). Tulokset ovat alla olevassa taulussa.

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
A	6,9	6,2	6,3	5,9	6,0	7,0	6,5	6,6
B	7,0	6,9	6,7	7,1	6,8	7,1	7,0	—

Tarkastellaan nollahypoteesia, jonka mukaan pH-arvojen mediaanit ovat alueille samat.

- Millä menetelmällä testaisit hypoteesia?
- Suorita testaus a-kohdassa päättämälläsi menetelmällä käyttäen riskitasoa $\alpha = 0,05$.