

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta / Hirvonen

Tentti 20.12.2016

Ei kirjallista materiaalia. Funktiolaskin sallitaan. Kaavakokoelma erillisellä paperilla.

Vastauksissa pelkkien numeroarvojen käyttäminen ei riitä, vaan tarvitaan (lyhyt) selitys, mahdollisesti kaavoja käyttäen, mitä kyseiset arvot tarkoittavat.

1. Pussiin laitetaan kolme kolikkoa, joista yksi on normaali (kruuna todennäköisyydellä 0.5) ja kaksi painotettua (kruunat todennäköisyyksillä 0.6 ja 0.1). Otetaan pussista satunnaisesti yksi kolikko ja heitetään sitä kolme kertaa.

- (a) Millä todennäköisyydellä 1. heitolla saadaan kruuna ja muilla kahdella klaava?
(b) Jos otetulla kolikolla heitettiin kruuna, klaava ja klaava (tässä järjestyksessä), millä todennäköisyydellä kyseessä oli normaali kolikko?
(c) Jos jokaisen heiton jälkeen kolikko tiputetaan takaisin pussiin ja otetaan satunnaisesti uusi ennen seuraavaa heittoa, mikä on vastaus kohdan (a) kysymykseen?

2. Testistä voi saada pisteitä nolasta yhteen. Läpäisyyn tarvitaan 0.55. Testistä saatujen tulosten jakaumaa voidaan ajatella jatkuvaksi tiheysfunktioilla

$$f(x) = \begin{cases} 4x, & 0 \leq x < \frac{1}{2}, \\ 4 - 4x, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1. \end{cases}$$

- (a) Millä todennäköisyydellä satunnainen testattava pääsee testistä läpi?
(b) Millä on pienin testitulos a , jolla testattava kuuluu parhaaseen kahdeksannekseen testattavista? Huom. Kahdeksannes = 12.5% testattavista.

3. Tutkijat tekivät havaintoja 700 eläimen populaatiosta. Tulokset on kirjattu taulukoon.

| | kevyt | keskipainoinen | painava |
|-------|-------|----------------|---------|
| lyhyt | 170 | 70 | 30 |
| pitkä | 85 | 190 | 155 |

Merkitään X :llä satunnaisesti valitun eläimen painoa (kevyt=0, keskipainoinen=1, painava=2) ja Y :llä pituutta (lyhyt=0, pitkä=1).

- (a) Esitä yhteisjakauman ja marginaalijakaumien tiheysfunktiot (esim. taulukoimalla).
(b) Ovatko satunnaisuuttajat X ja Y riippumattomat?
(c) Laske X :n ja Y :n kovarianssi.
4. Opettaja tietää kokemuksesta, että 15% tenttiin ilmoittautuneista opiskelijoista ei saavu paikalle. Tenttiin on ilmoittautunut 280 opiskelijaa. Laske normaaliapproksimaatiota käyttäen kuinka suuri sali tarvitaan, että kaikki paikalle tulevat saavat 97%:n todennäköisyydellä istumapaikan.