

# MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 18.10.2016 / Kimmo Vattulainen

- Funktiolaskin sallittu
  - Palauta kaavakokoelma
- 

1. Vastaa tehtävät 2 ja 3 yhdelle konseptille ja tehtävät 4 ja 5 toiselle. Varaa molempien konseptien alkuun tilaa n. 10 riviä ja kokoa näille riveille eri kohtien vastaukset. Tehtävien ratkaisut/perustelut kirjoitetaan normaalisti näiden rivien jälkeen. Vastaamalla tämän ohjeen mukaan saa 1 pisteen. Tentin maksimipistemäärä on 25 pistettä.

2. Komponentin elinikä tunneissa on satunnaismuuttuja  $X$ , jonka tiheysfunktio

$$f(x) = \frac{100}{x^2}, \quad x \in \Omega = [100, \infty)$$

- Jos valitaan kaksi toisistaan riippumatonta komponenttia  $A$  ja  $B$ , niin millä todennäköisyydellä ainakin toinen niistä kestää vähintään 150 tuntia?
- Mikä on satunnaismuuttujan odotusarvo  $E(X)$ ?
- Jos valitaan 5 toisistaan riippumatonta komponenttia, niin millä todennäköisyydellä niistä täsmälleen kaksi kestää korkeintaan 150 tuntia?

3. a) Kappaleen massa  $X$  noudattaa normaalijakaumaa. 50% kappaleista on massaltaan alle 10 kg ja 90% alle 14 kg. Mikä osuus kappaleista on massaltaan alle 8 kg?  
b) Jos tällaisia kappaleita valitaan kolme, niin millä todennäköisyydellä niiden kokonaismassa on yli 40 kg? Kappaleiden massat ovat toisistaan riippumattomia.

4. a) Jos saman otosavaruuden tapahtumien  $A$  ja  $B$  todennäköisyydet ovat  $P(A) = 0.7$  ja  $P(B) = 0.5$ , niin mitä arvoja ehdollinen todennäköisyys  $P(A | B)$  voi saada?

b) Jos riippumattomat kokonaisluvut  $a$  ja  $b$  valitaan nopanheitolla, niin millä todennäköisyydellä  $a + b \geq ab$ .

c) Jos kulhossa on 2 valkoista ja 4 mustaa palloa ja näistä otetaan satunnaisesti palauttamatta 3 palloa, niin millä todennäköisyydellä ne ovat kaikki mustia.

d) Jos  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , niin mitä on  $E(X^2 - X)$ .

e) Jos  $X \sim \text{Poi}(1)$ , niin mitä on  $P(X \geq \mu)$ .

f) Satunnaisvektorin  $(X, Y)$  otosavaruus  $\Omega = \{(1, 3), (4, 6)\}$  ja tiheysfunktio  $f(x, y) = \frac{x}{y}$ .

Laske  $\text{Cov}(X, Y)$

5. Suunnistusreitien pituus kartalla on 4 km. Maaston esteistä, reittivalinnoista ym. johdun suunnistajan kulkema todellinen matka on satunnaismuuttuja  $X$  (km) ja hänen keskinopeutensa on satunnaismuuttuja  $Y$  (km/h). Näiden riippumattomien satunnaismuuttujien tiheysfunktiot ja otosavaruudet ovat

$$f(x) = \frac{1}{2}(x - 4), \quad x \in \Omega_x = [4, 6], \quad g(y) = \frac{1}{6}y, \quad y \in \Omega_y = [2, 4]$$

- Kuinka suuri osa suunnistajista pääsee perille alle kahdessa tunnissa?
- Kuinka kauan keskimäärin suunnistajalta menee reitillä?