

SGN-11000 Signaalinkäsittelyn perusteet
Välikoe 2.3.2016
Heikki Huttunen

- ▷ Omaa laskinta saa käyttää.
 - ▷ Tenttikysymyksiä ei tarvitse palauttaa.
 - ▷ Vastaa konseptille. Kirjoita myös nimesi ja opiskelijanumerosi.
1. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus $-\frac{1}{2}p$, ei vastausta 0p.
- (a) FFT-algoritmin aikavaatimus on kertaluokkaa $O(N^2)$, missä N on muunnettavan vektorin dimensio.
 - (b) Amplitudivaste on taajuusvasteen itseisarvo.
 - (c) FIR-suotimet ovat aina stabiileja.
 - (d) Suodin on stabiili jos sen siirtofunktion kaikkien napojen itseisarvo < 1 .
 - (e) Suotimen taajuusvaste saadaan siirtofunktiosta $H(z)$ sijoituksella $z \leftarrow \tan(\omega)$.
 - (f) Signaalin $x(n)y(n)$ z-muunnos on $X(z)Y(z)$.
2. (a) Viidensadan Hertsin taajuudella värähtelevästä sinisignaalista otetaan näytteitä 1,25 millisekunnin välein (eli 0,00125 s välein). Millä taajuudella signaali näyttää värähtelevän näytteistykseen jälkeen (eli mille taajuudelle kyseinen taajuus laskostuu)? (2p)
- (b) FIR-suotimen siirtofunktio on
- $$H(z) = 0.02 + 0.05z^{-1} + 0.12z^{-2} + 0.20z^{-3} + 0.23z^{-4} + 0.20z^{-5} + 0.12z^{-6} + 0.05z^{-7} + 0.02z^{-8}.$$
- Kuinka pitkältä ajalta aiemmin tulleet herätenäytteet täytyy pitää muistissa? (2p)
- (c) IIR-suotimen siirtofunktio on
- $$H(z) = \frac{0.08 + 0.06z^{-1} + 0.13z^{-2} + 0.06z^{-3} + 0.08z^{-4}}{1 - 1.70z^{-1} + 1.74z^{-2} - 0.85z^{-3} + 0.20z^{-4}}.$$
- Kuinka pitkältä ajalta aiemmin tulleet heräte- ja vastenäytteet täytyy pitää muistissa? (2p)
3. (a) Laske vektorin $x(n) = (2, 0, -2, 3)^T$ diskreetti Fourier-muunnos. (3p)
- (b) Laske FFT-algoritmillä vektorin $x(n) = (3, 2, 0, -1, 2, 2, 5, -1)^T$ diskreetti Fourier-muunnos. Käytä hyväksesi seuraavia muunnospareja:

$$\begin{aligned} x_0(n) = (3, 0, 2, 5)^T &\Rightarrow X_0(n) = (10, 1 + 5i, 0, 1 - 5i)^T \\ x_1(n) = (2, -1, 2, -1)^T &\Rightarrow X_1(n) = (2, 0, 6, 0)^T. \end{aligned}$$

4. Oletetaan, että kausaalisen LTI-järjestelmän heräte $x(n)$ ja vaste $y(n)$ toteuttavat seuraavan differenssiyhtälön:

$$y(n) = \frac{1}{2}y(n-1) - \frac{1}{4}y(n-2) + x(n) - \frac{3}{2}x(n-1) + \frac{1}{2}x(n-2).$$

- (a) Määritä järjestelmän siirtofunktio $H(z)$.
 (b) Piirrä napa-nollakuvio.
 (c) Onko järjestelmä stabiili? Miksi / miksi ei?
5. Suodin

$$y(n) = \frac{1}{4}x(n) - \frac{1}{2}x(n-1) + \frac{1}{4}x(n-2)$$

toteutetaan laitteistossa, jonka näytteenottotaajuus on 32000 Hz. Mikä on suotimen amplitudivaste (eli vahvistus / vaimennus) 8000 Hertsin taajuudella?

Kaavoja

$$w_N^N = (e^{2\pi i/N})^N = e^{2\pi i} = \cos(2\pi) + i \sin(2\pi) = 1.$$

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k)w_N^{-kn}, \quad X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}.$$

$$\begin{cases} X(n) = X_0(n) + w_N^{-n}X_1(n), & \text{kun } n = 0, 1, 2, \dots, N/2 - 1 \\ X(n) = X_0(n - N/2) + w_N^{-n}X_1(n - N/2), & \text{kun } n = N/2, \dots, N \end{cases}$$