

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 12.4.2016 / Kimmo Vattulainen

- Funktiolaskin sallittu.
 - Palauta kaavakokoelma
-

1. a) Pelaajat A ja B heittävät noppaa vuorotellen ja pelin voittaa se, joka saa ensimmäiseksi kuutosen. A aloittaa ja molemmilla on 3 heittoyritystä. Laske todennäköisyydet tapahtumille: A voittaa, B voittaa, kumpikaan ei voita.

b) Odotusarvo $E(X)$ ja mediaani $Md(X)$ ovat jakauman keskikohtaa kuvaavia tunnuslukuja. Jatkuvan satunnaismuuttujan X mediaani toteuttaa ehdon $P(X \leq Md(X)) = \frac{1}{2}$ eli mediaani jakaa otosavaruuden kahteen, todennäköisyydeltään yhtäsuureen osaan. Laske $E(X)$ ja $Md(X)$, kun jatkuvan satunnaismuuttujan X tiheysfunktio ja otosavaruus ovat

$$f(x) = \frac{x^2}{9}, \quad x \in \Omega = [0, 3]$$

2. a) Heitetään kahta noppaa ja nopan heittojen tulokset ovat satunnaismuuttujat X_1 ja X_2 . Muodostetaan uusi satunnaismuuttuja $X = X_1 - X_2$. Laske todennäköisyys $P(X > 2)$.

b) Jatkuvan satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on $f(x) = \frac{x^2}{21}$, $x \in \Omega = [1, 4]$.
Laske todennäköisyys $P(X > 2)$.

c) Jatkuvan satunnaismuuttujan X kertymäfunktio on $F(X)$.
Laske todennäköisyys $P(X > 2)$.

$$F(X) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < 1 \\ \ln(x), & \text{kun } 1 \leq x \leq e \\ 1, & \text{kun } x > e \end{cases}$$

d) Satunnaismuuttuja $X \sim \text{Bin}(3, 0.4)$. Laske todennäköisyys $P(X > 2)$.

e) Jatkuvan satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on $f(x) = \frac{1}{3}$ ja otosavaruuden alaraja $= 0$.
Laske todennäköisyys $P(X > 2)$.

f) Satunnaismuuttuja $X \sim t(80)$. Arvioi todennäköisyyttä $P(X > 2)$.

3. Kaksi henkilöä ovat sopineet tapaavansa klo 12.00-13.00 välisenä aikana. Jos he tulevat toisistaan riippumattomasti ja satunnaisesti johonkin aikaan tällä välillä, niin millä todennäköisyydellä ensin tullut joutuu odottamaan toista korkeintaan 10 minuuttia?

4. a) Arpajaisissa arvan hinta on 2.5€. Joka viides arpa voittaa 10€. Henkilö ostaa arpoja 20 eurolla. Millä todennäköisyydellä hänen arpojensa voittosumma on vähintään 20€.

b) Toinen henkilö ostaa arpoja 200 eurolla. Millä todennäköisyydellä hän saa omansa takaisin eli voittaa vähintään 200€. Käytä laskemisessa normaaliapproksimaatiota.