

MAT-02500 Todennäköisyyslaskenta

Tentti 13.1.2016 / Kimmo Vattulainen

- Funktiolaskin sallittu.
 - Palauta kaavakokoelma
-

1) Henkilöt A, B ja C aikovat viettää peli-illan. He tulevat paikalle toisistaan riippumattomasti siten, että A :n saapumistodennäköisyys on 0.50, B :n 0.60 ja C :n 0.80.

- Millä todennäköisyydellä peli-ilta onnistuu eli vähintään kaksi henkilöä tulee paikalle?
- Huoneessa on valot, joten ainakin joku on tullut paikalle. Millä todennäköisyydellä B on paikalla?
- Neljäs henkilö D sanoo tulevansa mukaan todennäköisyydellä 0.70, jos kaikki muutkin tulevat. Muulloin D tulee todennäköisyydellä 0.40. Millä todennäköisyydellä D tulee paikalle?

2. a) Heitetään kahta noppaa ja nopan heittojen tulokset ovat satunnaismuuttujat X_1 ja X_2 . Muodostetaan uusi satunnaismuuttuja $X = X_1 - X_2$. Laske todennäköisyys $P(X > 2)$.

b) Jatkuvan satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on $f(x) = \frac{x^2}{21}$, $x \in \Omega = [1, 4]$.
Laske todennäköisyys $P(X > 2)$.

c) Jatkuvan satunnaismuuttujan X kertymäfunktio on $F(X)$.
Laske todennäköisyys $P(X > 2)$.

$$F(X) = \begin{cases} 0, & \text{kun } x < 1 \\ \ln(x), & \text{kun } 1 \leq x \leq e \\ 1, & \text{kun } x > e \end{cases}$$

d) Satunnaismuuttuja $X \sim \text{Bin}(3, 0.4)$. Laske todennäköisyys $P(X > 2)$.

e) Jatkuvan satunnaismuuttujan X tiheysfunktio on $f(x) = \frac{1}{3}$ ja otosavaruuden alaraja = 0.
Laske todennäköisyys $P(X > 2)$.

f) Satunnaismuuttuja $X \sim t(80)$. Arvioi todennäköisyyttä $P(X > 2)$.

3. Matematiikan opettaja valitsee yhtälön $x^2 + ax + b = 0$ toisistaan riippumattomat kertoimet a ja b satunnaislukugeneraattorilla eli $a \sim \text{Tas}(0, 1)$ ja $b \sim \text{Tas}(0, 1)$. Hän valitsee 4 tällaista yhtälöä koetehtäviksi. Millä todennäköisyydellä ainakin kolmella näistä yhtälöistä on kompleksijuuret?

4. Noppaa on heitetty 100 kertaa ja tulosten summaksi on saatu 380. Onko noppa kunnollinen siinä mielessä, että se antaa keskimäärin oikeita tuloksia? Tutki asiaa keskeisen raja-arvolauseen avulla, kuinka harvinainen tulos 380 tai sitä suurempi arvo on? Käytä 5%:n merkitsevyystasoa.