

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta.

Ratkaise tehtävät 1 ja 2 omalle paperilleen ja tehtävät 3 ja 4 omalle paperilleen. Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi. Lisäksi jätä etusivulle ja marginaaleihin tilaa tarkastajan merkintöjä varten.

Kaavaliite on tehtäväpaperin toisella puolella.

- (a) (2 pistettä) Osoita logiikan laskusääntöjä käyttäen  $\neg(\neg p \vee q) \vee \neg(\neg p \vee \neg q) = p$ .

(b) (2 pistettä) Laske raja-arvo  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{e^{2x} - 1}$ .

(c) (2 pistettä) Laske funktion  $f(x) = \sin^2(x) \cos(x)$  se integraalifunktio  $F$ , jolle  $F(\frac{\pi}{2}) = 2$ .
- (a) (3 pistettä) Olkoon  $z_1 = 4e^{\frac{4\pi}{3}j}$  ja  $z_2 = 3 + \sqrt{3}j$ . Laske  $z_1 + z_2$ .

(b) (3 pistettä) Millä muuttujan  $x \in \mathbb{R}$  arvoilla  $5 \cosh(x) + 3 \sinh(x) = 4$ .
- Tarkastellaan reaalifunktiota  $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ ,  $f(x) = 2\sqrt{x}$ .

(a) (2 pistettä) Osoita derivaatan määritelmää käyttäen eli laskemalla erotusosamäärän raja-arvo, että  $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

(b) (2 pistettä) Onko  $f$  bijektio. Perustele.

(c) (2 pistettä) Käänteisfunktion derivointisääntöä käyttäen laske  $(f^{-1})'(3)$ , kun tiedetään, että  $f(\frac{9}{4}) = 3$ .
- (a) (2 pistettä) Olkoon  $z = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}j$ . Laske  $z^{13}$  ja anna vastauksesi muodossa  $x + yj$ .

(b) (4 pistettä) Kompleksiluku  $z$  voidaan esittää muodossa  $z = \omega_0^4$ , missä  $\omega_0 = 1 + \sqrt{3}j$ . Ratkaise kompleksiluvun  $z$  kaikki neljännet juuret.