

Ei laskimia tai kirjallista materiaalia. Kaavakokoelma kääntöpuolella.

Missään tehtävässä pelkän lopputuloksen esittäminen ei riitä, vaan vastauspaperin tulee sisältää päättely, jolla lopputulokseen päädytään.

1. Olkoon $f(x, y) = \frac{x}{y} + e^x + 2y$, missä $x(t) = \ln t$ ja $y(t) = t^2$.

(a) Laske derivaatta $\frac{\partial f}{\partial t}$ ketjusäännöllä.

(b) Laske derivaatta $\frac{\partial f}{\partial t}$ ilman ketjusääntöä.

2. (a) Etsi funktion $f(x, y) = 2 - \sin(-x - 3y)$ linearisointi pisteen $(0, \pi)$ ympäristössä ja approksimoi sen avulla arvoa $f(-0.1, \pi)$.

(b) Näytä, että funktio $g(x, y)$ ei ole jatkuva origossa.

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & \text{kun } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & \text{kun } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3. Etsi funktion $f(x, y) = 2x^2 + xy + \frac{5}{4}y^2 - 2x - 2y + \frac{1}{2}$ suurin ja pienin arvo neliössä, jossa $x \in [0, 1]$, $y \in [0, 1]$.

4. Alla on tasointegraalien summa, jonka pystyy napakoordinaatteja käyttämällä esittämään pelkästään yhden tasointegraalin avulla. Esitä se yhtenä tasointegraalina ja laske tulos.

$$\int_{-2}^0 \int_0^{\sqrt{4-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx + \int_0^2 \int_x^{\sqrt{4-x^2}} (x^2 + y^2) dy dx.$$

Huom. Jos ei onnistu summan esittäminen yhtenä integraalina, yritä edes esittää jompikumpi integraaleista napakoordinaateissa ja laskea tulos.