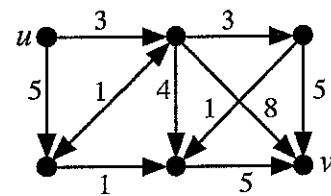


NB This is a closed-book exam, no material is allowed. Nonprogrammable calculators are allowed.

1. Explain briefly what is **a)** a cut vertex, **b)** a cut, and **c)** a cut set, and how these notions are related.
2. The Travelling Salesman Problem, the Annealing Algorithm, and the Karp–Held Heuristics: Explain what the algorithms are, what they do, and what they don't do.

3. Find the lightest path from u to v in the digraph on the right using Dijkstra's Algorithm. Arc weights are given in the picture. The arc with two arrowheads denotes two parallel arcs in opposite directions with the same weight 1. Explain carefully what you are doing.



4. **a)** What is the function of the Ford–Fulkerson Algorithm and how does it work?
b) Problems like the one below can be solved using the Ford–Fulkerson Algorithm. Explain how.

Seven different chemicals need to be shipped, three containers of each. There are five shipments available, with the respective capacities of 6, 4, 5, 4 and 3 containers. Safety rules however dictate that in a shipment no two containers can contain the same chemical. Is it possible to ship all 21 containers, and if it is, then how?

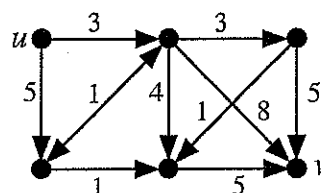
5. G is a simple connected graph with six vertices and the degrees of these vertices are 4, 4, 4, 4, 5, 5. Can such a G be a planar graph? Either give an example of a planar G or show that none exist.

Huom! Mukana ei saa olla kirjallisuutta, tietokoneita eikä taulukoita. Funktiolaskin on sallittu.

1. Selosta lyhyesti mitä ovat **a)** irrotuspiste, **b)** irrotus ja **c)** irrotusjoukko ja miten nämä liittyvät toisiinsa.

2. Kaupparatsuprobleema, hehkutusalgoritmi ja Karp–Held-heuristiikka: Mitä nämä algoritmit ovat, mitä ne tekevät ja mitä ne eivät tee.

3. Etsi oheisessa digraafissa kevyin polku pisteestä u pisteeseen v käyttäen Dijkstran algoritmia. Nuolien painot on kuvassa merkitty niiden viereen. Viiva, jossa on kaksi nuolenpäätä, tarkoittaa kahta rinnakkaista vastakkaisuuntaista nuolta, joilla on sama paino 1. Selosta tarkasti mitä teet!



4. **a)** Ford–Fulkerson-algoritmi, millainen se on ja mihin sillä pyritään.
b) Alla olevan kaltaisia tehtäviä voidaan ratkaista Ford–Fulkerson-algoritmeilla. Kerro miten.

Seitsemää eri kemikaalia pitää kuljettaa, kutakin kolme säiliöllistä. Käytettävissä on viisi kuljetusta. Näissä voidaan kuljettaa vastaavasti 6, 4, 5, 4 ja 3 säiliötä. Lisäksi turvamääräykset kieltävät kuljettamasta kerralla useampaa säiliötä samaa kemikaalia. Onko mahdollista kuljettaa kaikki 21 säiliötä ja jos niin miten?

5. Yksinkertaisessa yhtenäisessä graafissa G on kuusi pistettä ja näiden asteet ovat 4, 4, 4, 4, 5, 5. Voiko tällainen graafi G olla tasottuva? Esitä joko esimerkki tasottuvasta G :stä tai näytä, ettei sellaista ole.