

# MAT-01220 Insinöörimatematiikka B2

## Tentti 23.3.2015 / Merja Laaksonen

Kurssin luennoija oli Kimmo Vattulainen. Jos sinulla on kysyttävää tästä tentistä, niin ota yhteyttä merja.laaksonen@tut.fi, matematiikan laitos.

- Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia
  - Kaavakokoelma kääntöpuolella
- 

1. a) Perustele leikkaavatko suorat

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -8 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} -7 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Jos ne leikkaavat, niin määritä leikkauspiste.

- b) Taso kulkee pisteiden (3, 1, 3), (2, 5, 8) ja (6, -2, 1) kautta. Onko piste (2, 0, 1) tällä tasolla? (perustele)

2. Alla on matriisi A ja sen redusoitu vaakariviporrasmuoto. Määritä matriisin A sarake- ja nolla-avaruuksien kannat ja avaruuksien dimensiot.

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -8 & 6 & -12 & 32 & 30 \\ 3 & -6 & 3 & -3 & 24 & 15 \\ -2 & 4 & -2 & 2 & -16 & -10 \end{bmatrix}, \quad \text{rref}(A) = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Mitkä ovat matriisin

$$\begin{bmatrix} -7 & -2 \\ 24 & 7 \end{bmatrix}$$

ominaisarvot ja ominaisavaruudet? Määritä diagonalisoituvuutta hyväksikäyttäen mitä on  $A^{156}$ .

4. Etsi pienimmän neliösumman menetelmällä suora  $y = c + kx$ , joka sopii parhaiten pisteisiin (-2, 2), (-1, 0), (0, -1), (2, -3).

## MAT-01220 Insinöörimatematiikka B2, kaavoja

1.  $\|\mathbf{v}\| = \sqrt{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}$
2.  $\cos(\theta) = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\| \|\mathbf{v}\|}$
3.  $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix}$
4.  $\text{proj}_{\mathbf{u}}(\mathbf{v}) = \left( \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} \right) \mathbf{u}$
5.  $\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{p}) = 0$
6.  $\mathbf{x} = \mathbf{p} + s\mathbf{u} + t\mathbf{v}$
7.  $(AB)^T = B^T A^T$ ,  $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$ ,  $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$
8.  $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$
9.  $\det(A) = \sum_{j=1}^n (-1)^{i+j} a_{ij} \det(A_{ij})$
10.  $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$ ,  $\det(A - \lambda I) = 0$
11.  $S^{-1}AS = D \Leftrightarrow A = SDS^{-1}$
12.  $A^T A \bar{\mathbf{x}} = A^T \mathbf{b}$