

SGN-11000 Signaalinkäsittelyn perusteet
 Välikoe 12.3.2015
 Heikki Huttunen

- ▷ Vain tiedekunnan laskinta saa käyttää.
- ▷ Tenttikysymyksiä ei tarvitse palauttaa.
- ▷ Vastaa konseptille. Kirjoita myös nimesi ja opiskelijanumerosi.

1. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus $-\frac{1}{2}$ p, ei vastausta 0p.
 - (a) FFT-algoritmin aikavaatimus on kertaluokkaa $O(\log(N))$, missä N on muunnettavan vektorin dimensio.
 - (b) Amplitudivaste on taajuusvasteen itseisarvo.
 - (c) Vaihevasteen lineaarisuus takaa, että signaalin kaikki taajuudet viivästyvät yhtä monta astetta.
 - (d) Suodin on stabiili jos sen siirtofunktion kaikkien napojen itseisarvo > 1 .
 - (e) Suotimen taajuusvaste saadaan siirtofunktiosta $H(z)$ sijoituksella $z \leftarrow \tan(\omega)$.
 - (f) Kaksi rinnakkaista LTI-järjestelmää voidaan aina toteuttaa yhtenä järjestelmänä.
2. (a) Erään suotimen napanollakuvio on kuvassa 1, ja sen amplitudivaste $|H(e^{i\omega})| \in [0, 1]$. Piirrä suotimen amplitudivasteen kuvaaja niin tarkasti kuin se näillä tiedoilla onnistuu. (2p)
 - (b) Onko kuvan 1 suodin stabiili? Millä perusteella? (2p)
 - (c) Onko kuvan 1 suodin FIR vai IIR? Millä perusteella? (1p)
 - (d) Mitkä herätteen $x(n)$ näytteet suodin tarvitsee vasteen laskemiseksi? Millä perusteella? (1p)
3. (a) Laske vektorin $x(n) = (0, 3, -2, 3)^T$ diskreetti Fourier-muunnos. (3p)
 - (b) Laske FFT-algoritmillä vektorin $x(n) = (3, 2, 0, -1, 2, 2, 5, -1)^T$ diskreetti Fourier-muunnos. Käytä hyväksesi seuraavia muunnospareja:

$$\begin{aligned}
 x_0(n) = (3, 0, 2, 5)^T &\Rightarrow X_0(n) = (10, 1 + 5i, 0, 1 - 5i)^T \\
 x_1(n) = (2, -1, 2, -1)^T &\Rightarrow X_1(n) = (2, 0, 6, 0)^T.
 \end{aligned}$$

4. Oletetaan, että kausaalisen LTI-järjestelmän heräte $x(n)$ ja vaste $y(n)$ toteuttavat seuraavan differenssiyhtälön:

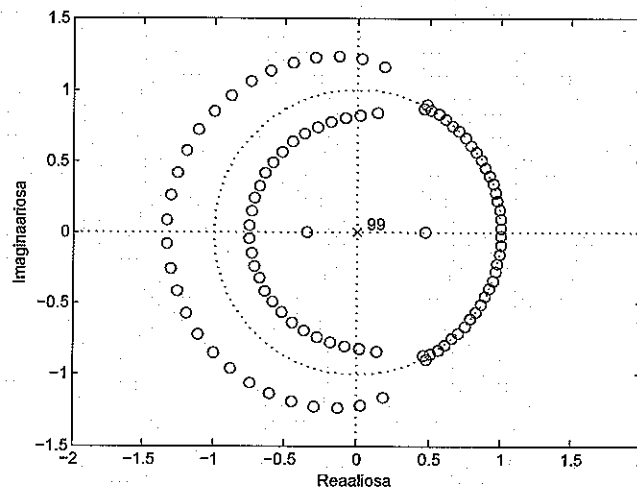
$$y(n) = 2y(n-1) - 3y(n-2) + x(n) - 2x(n-1) + x(n-2).$$

- (a) Määritä järjestelmän siirtofunktio $H(z)$.
 (b) Piirrä napa-nollakuvio.
 (c) Onko järjestelmä stabiili? Miksi / miksi ei?

5. Suodin

$$y(n] = \frac{1}{4}x(n) - \frac{1}{2}x(n-1) + \frac{1}{4}x(n-2)$$

toteutetaan laitteistossa, jonka näytteenottotaajuus on 32000 Hz. Mikä on suotimen amplitudivaste (eli vahvistus / vaimennus) 8000 Hertsin taajuudella?



Kuva 1: Tehtävän 2 napanollakuvio.

$$w_N^N = (e^{2\pi i/N})^N = e^{2\pi i} = \cos(2\pi) + i \sin(2\pi) = 1.$$

$$X(n) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k)w_N^{-kn}. \quad X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}.$$

$$\begin{cases} X(n) = X_0(n) + w_N^{-n}X_1(n), & \text{kun } n = 0, 1, 2, \dots, N/2 - 1 \\ X(n) = X_0(n - N/2) + w_N^{-n}X_1(n - N/2), & \text{kun } n = N/2, \dots, N \end{cases}$$