B B	Tentti / 2.välikoe		IMA B3
B B		9.3. 2015	MAT-01320 / Kaarakka

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta.

Kaavaliite on tehtäväpaperin toisella puolella

Valitse teetkö **tentin** eli **tehtävät 1 - 4** vai **toisen välikokeen** eli **tehtävät 3 ja 4**. Kirjoita valintasi selkeästi vastauspaperisi alkuun. Huolehdi myös, että palautat vastauksesi oikeaan pinoon. Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi ja opiskelijanumerosi. Lisäksi jätä etusivulle ja marginaaleihin tilaa tarkastajan merkintöjä varten.

Muistathan antaa palautetta Kaiku-järjestelmän kautta saadaksesi opintosuorituksen.

1. Integroi käyttäen sijoitusta $u = 1 + \mathrm{e}^{2x}$

$$\int \frac{\mathrm{e}^{2x}}{1+\mathrm{e}^{2x}}dx$$

2. (a) Selvitä suppeneeko vai hajaantuuko sarja

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+3}{n^2+2n-3}.$$

(b) Laske integraali

$$\int \frac{x^3\mathrm{e}^x - x^2\mathrm{e}^x - 2x\mathrm{e}^x + 1}{x^2 - x - 2}dx$$

3. Muodosta funktiolle $x\cosh(x)$ viidennen asteen Taylorin polynomi $P_5(x)$, jonka kehityskeskus on origo, ja jäännöstermi $R_5(x)$. Vinkki $\cosh(x) = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^{-x})$ ja $\sinh(x) = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^{-x})$.

4. (a) Ratkaise alkuarvo-ongelma

$$\frac{dy}{dx} = -y + \mathrm{e}^x, \qquad y(0) = 1.$$

(b) Etsi yleinen ratkaisu differentiaaliyhtälölle

$$y''(x) - y(x) = 2\mathrm{e}^x.$$

MAT-01320 Insinöörimatematiikka B3 / Kaarakka
Kaavoja kevät 2015

1.

$f(x)$	$\int f(x)\,dx$
$\tan(x)$	$-\ln\lvert\cos(x)\rvert + C$
$\cot(x) = \dfrac{1}{\tan(x)}$	$\ln\lvert\sin(x)\rvert + C$
$\dfrac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x) + C$
$\dfrac{1}{\sin^2(x)}$	$-\cot(x) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x) + C$
$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\operatorname{arsinh}(x) + C = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{arcosh}(x) + C = \ln\left\lvert x + \sqrt{x^2-1}\right\rvert + C$
$\dfrac{1}{1-x^2}$	$\operatorname{artanh}(x) + C = \dfrac{1}{2}\ln\left\lvert\dfrac{x+1}{x-1}\right\rvert + C$

2. $s = \int_a^b \sqrt{1+f'(x)^2}\,dx, \quad A = 2\pi\int_a^b |f(x)|\sqrt{1+f'(x)^2}\,dx, \quad V = \pi\int_a^b f(x)^2\,dx$

3. $\sin(\theta+\phi) = \sin\theta\cos\phi + \cos\theta\sin\phi$, $\cos(\theta+\phi) = \cos\theta\cos\phi - \sin\theta\sin\phi$

4. $\sum_{k=l}^{\infty} aq^k$, geometrinen sarja. Jos suppenee, niin $S = \dfrac{aq^l}{1-q}$.

3. $f(x) = \sum_{k=0}^{n} \dfrac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}, \quad R = \dfrac{1}{L} = \lim_{n\to\infty}\left|\dfrac{a_n}{a_{n+1}}\right|$

5.

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} x^k \qquad (-1 < x < 1)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!} \qquad (x \in \mathbb{R})$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k+1)!}x^{2k+1} \qquad (x \in \mathbb{R})$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(2k)!}x^{2k} \qquad (x \in \mathbb{R})$$