

**B B Tentti Insinöörimatematiikka B1**  
**B B 19.4. 2015 MAT-01120 / Kaarakka**

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta. KAAVOJA ON PAPERIN TOISELLA PUOLELLA

Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi ja myös koulutusohjelmasi. Lisäksi jätä etusivulle ja marginaaleihin tilaa tarkastajan merkintöjä varten.

1. (a) (2 pistettä) Laske  $\sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)$ .
- (b) (2 pistettä) Laske  $\operatorname{arsinh}\left(\frac{1}{2}\right)$ .
- (c) (2 pistettä) Sievennä logiikan laskusääntöjä käyttäen  $\neg(\neg p \vee q) \vee (p \wedge q)$ .

2. Laske raja-arvot

- (a) (2 pistettä)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 - x}{x^2 + 6x}$ .
  - (b) (2 pistettä)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4x^2 + 3x} - 2x$ .
  - (c) (2 pistettä)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\ln(x)}{\arccos(x)}$ .
3. (a) (2 pistettä) Olkoon  $f(x) = \sinh(x \ln(x))$ , laske  $f'(x)$ .
- (b) (4 pistettä) Todista induktiolla

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

4. (a) (2 pistettä) Olkoot  $z_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}j$  ja  $z_2 = 2 - \sqrt{3}j$ . Laske  $z_1 + z_2$  ja  $z_1^{10}$ .
- (b) (4 pistettä) Laske kompleksiluvun  $z = -1$  kaikki toisistaan poikkeavat kolmannet juuret ja esitä juurista yksi muodossa  $x + yj$  (siis ei polaarimuodossa).

**B B Kaavoja Insinöörimatematiikka B1**  
**B B MAT-01120 / Kaarakka**

1. Derivointikaavoja

$f(x)$	$f'(x)$
$a^x$	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arsinh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{arcosh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{artanh} x$	$\frac{1}{1-x^2}$

$$2. \frac{d}{dx} f^{-1}(x) = \frac{1}{\frac{d}{dy} f(y)} \quad (x = f(y) \Leftrightarrow y = f^{-1}(x))$$

$$3. \begin{aligned} \sin(\theta + \phi) &= \sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi \\ \cos(\theta + \phi) &= \cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi \end{aligned}$$

$$4. \cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$

$$5. e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$