

MAT-20500 Todennäköisyyslaskenta

Harjoitustentti (14.8.2014) (Major László)

Kirjoita kaikkiin papereihin nimesi, opiskelijanumerosi. Voit kirjoittaa samalle sivulle useinkin tehtäviä, näin säästämme luontoa. Laskin on sallittu. Tentissä saa käyttää apuna opintomonistetta Todennäköisyyslaskenta (Perttula, Vattulainen, Suurhasko). Muuta materiaalia ei sallita käytettävän.

1) Olkoot A ja B tapahtumia ja oletetaan, että $P(A - B) = 1/5$, $P(B - A) = 1/10$ ja $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 3/5$.

a) Laske todennäköisyys $P(A \cap B)$.

b) Laske todennäköisyydet $P(A)$ ja $P(B)$.

c) Tutki, ovatko A ja B riippumattomia.

2) Laatikossa on 4 valkoista ja 3 punaista palloa. Satunnaisesti nostetaan 4 palloa laatikosta. Olkoon X nostettujen punaisten pallojen lukumäärä. Muodosta X :n jakauma. Laske X :n odotusarvo. Millä todennäköisyydellä nostettujen pallojen joukossa on enemmän punaisia palloja kuin valkoisia?

3) Diskreetin satunnaisvektorin (X, Y) tiheysfunktio $f(x, y)$ annetaan alla olevalla taulukolla (pisteiden $(1, 0)$ ja $(0, 2)$ todennäköisyyksiä p ja q ei ole annettu). Onko $\text{Corr}(X, Y)$ positiivinen?

	X		
	0	1	2
0	1/16	p	1/16
Y 1	1/8	1/4	0
2	q	0	5/16

4) Olkoon satunnaisvektorin (X, Y) tiheysfunktio

$$f(x, y) = \frac{2}{3}x, \text{ kun } 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 2$$

muulloin $f(x, y) = 0$. Laske ehdollinen todennäköisyys $P(X + Y \leq 3 | Y \leq X)$. Ovatko muuttujat X ja Y riippumattomia?