MAT-01100 Insinöörimatematiikka X 1 / Hirvonen
Tentti 01.04.2014
Ei laskimia tai kirjallista materiaalia. Kaavakokoelma kääntöpuolella.

Huom. Missään tehtävässä pelkkä lopputuloksen ilmoittaminen ei riitä, vaan vastauspaperin tulee sisältää päättely, jolla lopputulokseen päädyit.

1. (a) Tutki totuustaululla, onko lauseke $(\neg q \to p) \vee (p \wedge q) \leftrightarrow (q \to (p \vee \neg q))$ tautologia.
   (b) Todista seuraava väite joko todeksi tai epätodeksi.
$$\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - x \geq 0.$$
2. (a) Laske raja-arvo $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{3x^2+4}-2}{x^2}$.
   (b) Laske funktion $f(x) = x^2$ derivaatta määritelmän mukaan eli erotusosamäärän raja-arvona.
3. Tarkastellaan funktiota $f(x) = \ln(x^2 - 4x + 5)$.
   (a) Mikä on funktion f laajin määrittelyjoukko?
   (b) Selitä, miksi funktiolla ei ole suurinta arvoa.
   (c) Muodosta funktio g, joka lineaarisesti approksimoi funktiota f pisteen $a = 2$ ympäristössä. Approksimoi funktion g avulla funktion f arvoa pisteessä $x = 1$.
4. Etsi luvun $z = -5i$ kaikki kolmannet juuret ja esitä ne muodossa $w = a + bi$.

Insinöörimatematiikka X 1
Tentin kaavaliite

1. Derivointikaavoja

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\dfrac{1}{x \ln a}$
$\tan x$	$\dfrac{1}{\cos^2 x}$
$\arcsin x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$\dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\dfrac{1}{1+x^2}$
$\tanh x$	$\dfrac{1}{\cosh^2 x}$
$\mathrm{arsinh} x$	$\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\mathrm{arcosh} x$	$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\mathrm{artanh} x$	$\dfrac{1}{1-x^2}$

2. $D_y f^{-1}(y) = \dfrac{1}{f'(x)} \qquad (y = f(x))$

3. $\sinh x = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}, \qquad \cosh x = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}, \qquad \tanh x = \dfrac{\sinh x}{\cosh x}$

4. $\mathrm{arsinh}\, x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right), \qquad \mathrm{arcosh}\, x = \ln\left(x + \sqrt{x^2-1}\right),$
   $\mathrm{artanh}\, x = \dfrac{1}{2} \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$

5. $\sin(\theta + \phi) = \sin\theta\cos\phi + \cos\theta\sin\phi,$
   $\cos(\theta + \phi) = \cos\theta\cos\phi - \sin\theta\sin\phi$

6. $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$