SGN-11000 Signaalinkäsittelyn perusteet
Välikoe 4.3.2014
Heikki Huttunen

- ▷ **Vain tiedekunnan laskinta saa käyttää.**
- ▷ **Tenttikysymyksiä ei tarvitse palauttaa.**
- ▷ **Merkitse vastauspaperin alkuun koska olet suorittanut pakolliset**
- ▷ **Vastaa konseptille. Kirjoita myös nimesi ja opiskelijanumerosi.**

1. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus -$\frac{1}{2}$p, ei vastausta 0p.

   (a) Sinisignaalin värähtelytaajuus on 8500 Hz, ja siitä otetaan näytteitä $T = \frac{1}{10000}$ sekunnin välein. Tällöin tulossignaali näyttää värähtelevän 5000 Hertsin taajuudella.

   (b) IIR-suotimet ovat aina stabiileja.

   (c) Järjestelmän impulssivaste määrää vasteen mille tahansa signaalille.

   (d) Kaksi peräkkäistä LTI-järjestelmää voidaan aina toteuttaa yhtenä järjestelmänä.

   (e) Signaalin $x(n)y(n)$ z-muunnos on $X(z)Y(z)$.

   (f) Vaihevasteen lineaarisuus takaa, että signaalin kaikki taajuudet viivästyvät yhtä monta sekuntia.

2. (a) Erään suotimen napanollakuvio on kuvassa 1, ja tiedetään että sen amplitudivaste $|H(e^{i\omega})| \in [0, 1]$. Hahmottele suotimen amplitudivasteen kuvaaja niin tarkasti kuin se näillä tiedoilla onnistuu. (2p)

   (b) Onko kuvan 1 suodin stabiili? Millä perusteella? (2p)

   (c) Onko kuvan 1 suodin FIR vai IIR? Millä perusteella? (2p)

3. (a) Laske vektorin $x(n) = (-1, -2, 4, 0)^T$ diskreetti Fourier-muunnos. (3p)

   (b) Ei-jaksollisten diskreettien signaalien $x(n)$ ja $y(n)$ Fourier-muunnokset ovat

$$X\left(e^{i\omega}\right) = \frac{1}{1 - 0.1e^{-i\omega}} \quad \text{ja} \quad Y\left(e^{i\omega}\right) = \frac{\sin\left(\frac{11}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}$$

   Mikä on signaalin $x(n-1) * [y(-n) \cdot \cos(0.1n)]$ Fourier-muunnos. Käytä alla olevaa muunnostaulukkoa hyväksesi. Huomaa että taulukon merkintä $X(\omega)$ vastaa meidän merkintäämme $X\left(e^{i\omega}\right)$ (3p)

4. Oletetaan, että kausaalisen LTI-järjestelmän heräte $x(n)$ ja vaste $y(n)$ toteuttavat seuraavan differenssiyhtälön:

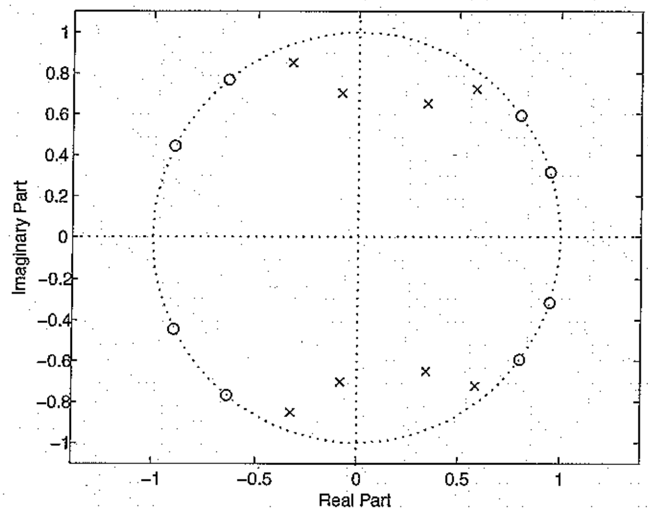
$$y(n) = -y(n-1) - \frac{1}{2}y(n-2) + x(n) - 2x(n-1) + x(n-2).$$

   (a) Määritä järjestelmän siirtofunktio $H(z)$.
   (b) Piirrä napa-nollakuvio.
   (c) Onko järjestelmä stabiili? Miksi / miksi ei?

5. Suodin

$$y(n) = \frac{1}{4}x(n) + \frac{1}{2}x(n-1) + \frac{1}{4}x(n-2)$$

toteutetaan laitteistossa, jonka näytteenottotaajuus on 16000 Hz. Mikä on suotimen amplitudivaste (eli vahvistus / vaimennus) 4000 Hertsin taajuudella?



Kuva 1: Tehtävän 2 napanollakuvio.

TABLE 4.5 Properties of the Fourier Transform for Discrete-Time Signals

Property	Time Domain	Frequency Domain
Notation	$x(n)$	$X(\omega)$
	$x_1(n)$	$X_1(\omega)$
	$x_2(n)$	$X_2(\omega)$
Linearity	$a_1x_1(n) + a_2x_2(n)$	$a_1X_1(\omega) + a_2X_2(\omega)$
Time shifting	$x(n-k)$	$e^{-j\omega k}X(\omega)$
Time reversal	$x(-n)$	$X(-\omega)$
Convolution	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1(\omega)X_2(\omega)$
Correlation	$r_{x_1x_2}(l) = x_1(l) * x_2(-l)$	$S_{x_1x_2}(\omega) = X_1(\omega)X_2(-\omega)$
		$= X_1(\omega)X_2^*(\omega)$
		[if $x_2(n)$ is real]
Wiener–Khintchine theorem	$r_{xx}(l)$	$S_{xx}(\omega)$
Frequency shifting	$e^{j\omega_0 n}x(n)$	$X(\omega - \omega_0)$
Modulation	$x(n)\cos\omega_0 n$	$\frac{1}{2}X(\omega+\omega_0) + \frac{1}{2}X(\omega-\omega_0)$
Multiplication	$x_1(n)x_2(n)$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X_1(\lambda)X_2(\omega-\lambda)d\lambda$
Differentiation in the frequency domain	$nx(n)$	$j\frac{dX(\omega)}{d\omega}$
Conjugation	$x^*(n)$	$X^*(-\omega)$
Parseval's theorem	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1(n)x_2^*(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X_1(\omega)X_2^*(\omega)d\omega$	