TAMPEREEN TEKNILLINEN YLIOPISTO

MAT-01310 Insinöörimatematiikka A3 (Kangas)
1. välikoe 3.2.2014

Ei laskinta eikä taulukkokirjoja. Kaavaliite ohessa. Vastaa **kaikkiin** tehtäviin.

1. Määritä integraalifunktio

$$F(x) = \int x\sqrt[3]{x-1}\,dx.$$

2. Laske epäoleellinen integraali

$$\int_{-10}^{0} \frac{dx}{(x+2)^2}$$

tai osoita, että se hajaantuu.

3. Laske määrätty integraali

$$\int_{-1}^{0} \frac{x^2}{x^3-x^2+x-1}\,dx.$$

Tehtäväkohtaiset tulokset julkaistaan Moodlessa.

A A **Kaavoja** **Insinöörimatematiikka A3**
A A **MAT-01310 / Kangas**

1.

$f(x)$	$\int f(x)\,dx$
$\tan(x)$	$-\ln\lvert\cos(x)\rvert + C$
$\cot(x) = \dfrac{1}{\tan(x)}$	$\ln\lvert\sin(x)\rvert + C$
$\dfrac{1}{\cos^2(x)}$	$\tan(x) + C$
$\dfrac{1}{\sin^2(x)}$	$-\cot(x) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\arcsin(x) + C$
$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$	$\operatorname{arsinh}(x) + C = \ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right) + C$
$\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$	$\operatorname{arcosh}(x) + C = \ln\left\lvert x+\sqrt{x^2-1}\right\rvert + C$
$\dfrac{1}{1-x^2}$	$\operatorname{artanh}(x) + C = \dfrac{1}{2}\ln\dfrac{x+1}{x-1} + C$

2. $s = \int_a^b \sqrt{1+f'(x)^2}\,dx, \quad A = 2\pi\int_a^b |f(x)|\sqrt{1+f'(x)^2}\,dx, \quad V = \pi\int_a^b f(x)^2\,dx$

3. $f(x) = \sum_{k=0}^{n} \dfrac{f^{(k)}(a)}{k!}(x-a)^k + \dfrac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$

4. $R = \dfrac{1}{L} = \lim_{n\to\infty}\left|\dfrac{a_n}{a_{n+1}}\right|$

5.

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} x^k \qquad (-1 < x < 1)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!} \qquad (x \in \mathbb{R})$$

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)!}x^{2k+1} \qquad (x \in \mathbb{R})$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!}x^{2k} \qquad (x \in \mathbb{R})$$