FYS-1260 Laaja fysiikka III/Atomifysiikka

tentti

12.12 .2013

Valvojat huomio. Tämän tentin suorittajilla saa olla mukanaan A3 kokoiselle paperille käsinkirjoitetut muistiinpanot. Mikäli opiskelija käyttää moista muistamisen tukivälinettä, se liitetään vastauksen mukaan. Laskukoneen, laskimen tai muun vastaavan käyttö on sallitua ja suositeltavaa.

Opiskelijat huomio. Tehtävät 1-5 kuuluvat toiseen välikokeeseen ja tehtävät 3-7 tenttiin.

1. Mitkä ovat vetymäisten atomien
   a) n=2 tilojen degeneraatio. Eli kuinka monella eri tilalla on sama energia $E_0/4$?
   b) Kuinka monta eri tilaa ja siis aaltofunktiota liittyy vedyn 4d tasoon. c) Tarkastellaan vedyssä tapahtuvia dipolitransitioita. Mitkä seuraavista ovat sallittuja (n, l, m_l, m_s)
   (2,0,0,1/2) -> (3,1,1,1/2)
   (2,0,0,1/2) -> (3,0,0,1/2)
   (4,2,-1,-1/2) -> (2,1,0,1/2).

2. Laske rataliikemääränmomentti, sen sallitut z-komponentit ja **L**:n sallitut kulmat z-akselin suhteen vetyatomin d-elektronille. Piirrä kuva **L**:stä ja sen projektioista eri tapauksissa.

*T*enttiin ja välikokeeseen

3. Harmonisen oskillaattorin perustilan aaltofunktio on $\psi_0(x) = Ae^{-x^2/2L^2}$.
   a) Osoita, että $\psi_n(x) = Ld\psi_0(x)/dx$ on myös asianomaisen Schrödinger yhtälön ratkaisu.
   b) Mikä on tämän uuden tilan energia (laske n)?

4. Vedyn $2P_{3/2}$ ja $2P_{1/2}$ tilojen välinen hienorakennesilpoutuma on $45\mu eV$. Laske miten suuren magneettikentän 2p elektroni vedyssä kokee, kun voit olettaa, että **B** on yhdensuuntainen z-akselin kanssa.

5. 20.124345618 eV:n elektronisuihku kohtasi potentiaalikynnyksen, jolloin elektroneista havaittiin 10.033422993 prosenttia siroavan takaisin. Mikä oli kynnyksen korkeus?

*V*ain tenttiin

6. Olkoon vapaan neutronin aaltofunktio $\Psi(x) = 32.23 * exp(2.5i \times 10^7 x)$, missä x mitataan metreissä. Laske neutronin
   a) liikemäärä
   b) kokonaisenergia elektronivolteissa
   c) de Broglie aallonpituus.

7. G. Gamowin Mr. Tompkin tarinoissa sankari vierailee kvanttiviidakossa, jossa $\hbar$ on hyvin iso. Oleta, että olet itsekin joutunut sellaiseen paikkaan, missä $\hbar = 500Js$. Gepardi (iso kissaeläin) juoksee ohitsesi muutaman metrin päässä. Gepardi on 2.0 m pitkä nenän nipukasta hännän huippuun ja se painaa 90.0 kg. Se juoksee nopeudella 40.0 m/s. Mikä on gepardin keskipisteen epämääräisyys, jos uskomme, että liikemäärän epämääräisyys on Gepardin de Broglie aallonpituutta vastaava liikemäärä?

KÄÄNNÄ

$\hbar = 1.0546 \cdot 10^{-34} Js = 6.582 \cdot 10^{-16} eVs$
$a_0 = 5.19177 \cdot 10^{-11} m$
$e = 1.6021 \cdot 10^{-19} C$
$m_e = 9.1091 \cdot 10^{-31} kg$
$m_n = 1.674929 \cdot 10^{-27} kg$
$u = 1.6660540 \cdot 10^{-27} kg$
$c = 2.9979 \cdot 10^{8} ms^{-1}$
$\epsilon_0 = 8.8544 \cdot 10^{-12} N^{-1} m^{-2} C^2$
$\sigma = 5.6703 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4$
$G = 6,67 \cdot 10^{-11} Nm^2/kg^2$

$$R_\infty = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$$

Niille, joiden lunttilappu unohtui kotiin, niin Bohrin atomimallissa :

$$E_n = -\frac{R_\infty hcZ^2}{n^2}$$

$$r_n = \frac{n^2}{Z} a_0$$

Vedyn radiaaliset aaltofunktiot

$$\begin{aligned}
R_{10} &= \frac{2}{\sqrt{a_0^3}} e^{-r/a_0} \qquad R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2a_0^3}}(1 - \frac{r}{2a_0}) e^{-r/2a_0} \\
R_{21} &= \frac{1}{2\sqrt{6a_0^3}}(\frac{r}{a_0}) e^{-r/2a_0} \qquad R_{30} = \frac{2}{3\sqrt{3a_0^3}}(1 - \frac{2r}{3a_0} + \frac{2r^2}{27a_0^2}) e^{-r/3a_0} \\
R_{31} &= \frac{8}{27\sqrt{6a_0^3}} \frac{r}{a_0}(1 - \frac{2r}{6a_0}) e^{-r/3a_0} \qquad R_{32} = \frac{4}{8\sqrt{30a_0^3}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0}
\end{aligned}$$

Radiaalinen aaltoyhtälö

$$\frac{-\hbar^2}{2\mu r^2}\frac{d}{dr}(r^2 \frac{dR(r)}{dr} + (-\frac{kZe^2}{r} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2})R(r) = ER(r)$$