

Merkitse jokaiseen erilliseen vastauspaperiin nimesi ja opiskelijatunnuksesi. Kunkin kysymyksen korkein mahdollinen pistemäärä on 6 pistettä. Yhteensä siis 30 pistettä.

① Olkoon kieli $Ylikolme = \{ a^k b^k \mid k > 3 \}$. Anna perustellut vastaukset seuraaviin kysymyksiin.

- (a) Voiko kielen Ylikolme kuvata oikealle lineaarisena kielioppina?
- (b) Onko kieli Ylikolme kontekstiton?
- (c) Kuinka paljon aikaa syötteen pituuden suhteen vaatii kielen Ylikolme tunnistaminen Turingin koneella?

② Osoita, että seuraava kontekstiton kielioppi on moniselitteinen:

- (a) $S \rightarrow \text{if } (b) S$
 $S \rightarrow \text{if } (b) S \text{ else } S$
 $S \rightarrow s$

(b) Muodosta (a)-kohdan kieliopin kanssa ekvivalentti, yksiselitteinen kielioppi.

③ Osoita, että Turingin koneiden pysähtymisongelma

$$H = \{ c_M w \mid M \text{ pysähtyy syötteellä } w \}$$

on ratkeamaton. Voit olettaa, että binääriaakkoston universaalikieli ei ole rekursiivinen. Onko H osittain ratkeava? Perustele vastauksesi.

④ Turingin koneiden aika- ja tilavaativuusluokat. Määrittele yhdisteluokat (luennoilla on käsitelty 10 yhdisteluokkaa) ja niiden keskinäiset suhteet. Perustele vastauksesi.

⑤ Osoita, että solmupeiteongelma (Vertex Cover, VC) on NP-täydellinen sen tiedon perusteella, että klikkiongelma (Clique) on NP-täydellinen.