

B B Tentti Insinöörimatematiikka B1
B B 14.10.2013 MAT-01120 / Kaarakka

Vastaa jokaiseen kysymykseen ja perustele vastauksesi huolellisesti! Tentissä ei saa käyttää muistiinpanoja, kirjallisuutta eikä laskinta.

Ratkaise tehtävät 1 ja 2 omalle paperilleen ja tehtävät 3 ja 4 omalle paperilleen. Kirjoita kaikkiin papereihin selkeästi nimesi, opiskelijanumerosi ja myös koulutusohjelmasi. Lisäksi jätä etusivulle ja marginaaleihin tilaa tarkastajan merkintöjä varten.

1. (a) (2 pistettä) Laske $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(b) (2 pistettä) Laske $\operatorname{arsinh}(2)$.

(c) (2 pistettä) Sievennä $(A \cup B) \cap \overline{A \cap B}$.

2. Laske raja-arvot

(a) (3 pistettä) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - \frac{1}{2}x} - x$.

(b) (3 pistettä) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2e^{2x} - 2}{\sin(x)}$.

3. (a) (2 pistettä) Olkoon $f(x) = e^{x \ln(x)}$, laske $f'(x)$.

(b) (4 pistettä) Osoita käänteisfunktion derivointisääntöä käyttäen, että

$$D_x(\operatorname{arsinh}(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}, \forall x \in \mathbb{R}.$$

4. (a) (3 pistettä) Olkoot $z_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}j$ ja $z_2 = 2 - \sqrt{3}j$. Laske $z_1 + z_2$ ja z_1^{10} .

(b) (3 pistettä) Laske kompleksiluvun $z = -1$ kaikki toisistaan poikkeavat kolmannet juuret ja esitä juurista yksi muodossa $x+yj$ (siis ei polaarimuodossa).

KAAVOJA ON PAPERIN TOISELLA PUOLELLA.

B B Kaavoja Insinöörimatematiikka B1
B B MAT-01120 / Kaarakka

1. Derivointikaavoja

$f(x)$	$f'(x)$
a^x	$a^x \ln a$
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$
$\operatorname{arsinh} x$	$\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{arcosh} x$	$\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$
$\operatorname{artanh} x$	$\frac{1}{1-x^2}$

$$2. \frac{d}{dx} f^{-1}(x) = \frac{1}{\frac{d}{dy} f(y)} \quad (x = f(y) \Leftrightarrow y = f^{-1}(x))$$

$$3. \begin{aligned} \sin(\theta + \phi) &= \sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi \\ \cos(\theta + \phi) &= \cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi \end{aligned}$$

$$4. \cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$

$$5. e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta$$